# Bildung für Nachhaltige Entwicklung im Mathematikunterricht am Beispiel des Themas Klima

Janina Just – Hans-Stefan Siller – Katrin Vorhölter

**Bildung für Nachhaltige Entwicklung soll Lernende befähigen informierte Entscheidungen zu treffen und aktiv an der Gestaltung einer nachhaltigen Gesellschaft mitzuwirken. Hierbei kann die Mathematik als Wissenschaft der Muster und Strukturen die Grundlage vieler Modelle und Entscheidungsverfahren bilden. In unserem Beitrag stellen wir eine Unterrichtssequenz vor, in der Schüler/innen mit Hilfe von Mathematik Zusammenhänge und Fragestellungen zum Klimawandel am Beispiel des $CO_2$-Budgets beantworten.**

## 1 Globale Herausforderungen

Globale Herausforderungen benötigen differenzierte und komplexe Lösungen. Sie müssen in Demokratien von ihren Bürger/inne/n mit entwickelt, kritisiert oder auch unterstützt und umgesetzt werden. Der Klimawandel ist zu einer der dringendsten globalen Herausforderungen unserer Zeit geworden und hat eine intensive gesellschaftliche Diskussion ausgelöst. Während sich das Klima seit Bestehen der Erde kontinuierlich verändert, hat sich in den letzten 100 Jahren die Erde jedoch überdurchschnittlich stark erwärmt. Diese Erwärmung ist nach dem 5. Sachstandsbericht des IPCC mit hoher Wahrscheinlichkeit hauptsächlich durch den Menschen verursacht (IPCC, 2013). Verschiedene Forschungsgruppen – wie beispielsweise die Arbeitsgruppe Klimatologie - Team Climate der Julius-Maximilians-Universität Würzburg oder das Potsdam-Institut für Klimafolgenforschung – beschäftigen sich mit den Ursachen und komplexen Wechselwirkungen und Maßnahmen, um dem menschengemachten Klimawandel entgegenzuwirken (Lehrstuhl für Physische Geographie, Universität Würzburg, 2023; Potsdam-Institut für Klimafolgenforschung (PIK) e. V., o. J.).

Die weltweite politische Relevanz zeigt sich in dem Beschluss des 1,5°C -Ziels als Teil des Pariser Klimaabkommens. Dieses Ziel beinhaltet die Begrenzung der globalen Erwärmung auf 1,5°C über dem vorindustriellen Niveau (Bundesministerium für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung, 2023).

## 2 Bildung für nachhaltige Entwicklung (BNE)

Durch die Integration von BNE in die Unterrichtspraxis sollen Schüler/innen befähigt werden, informierte Entscheidungen zu treffen und aktiv an der Gestaltung einer nachhaltigen Gesellschaft mitzuwirken. Die Integration von BNE in den Mathematikunterricht stellt viele Lehrkräfte vor eine Herausforderung, da ihnen unklar ist, wie dieses geschehen kann.

Mathematik wird in der Regel als abstrakte Disziplin wahrgenommen, die bei genauer Betrachtung die Grundlage vieler Modelle oder Entscheidungsverfahren im Kontext der BNE bildet. Dies betrifft alle Bereiche unseres gesellschaftlichen Miteinanders. Eine der Stärken der Mathematik liegt dabei auch im Vertrauen auf die Qualität der domänenspezifischen Argumentationskultur.

Das Aufgreifen von Themen, welche dem Kontext von BNE zugeschrieben werden, gibt den Fachlehrkräften Argumente, realitätsbezogene Problemstellungen aufzugreifen. Ziel ist, dass die Lernenden mathematische Fähigkeiten und/oder Fertigkeiten (weiter-)entwickeln sowie den Wert der mathematischen Methoden und kritischen Denkweisen erkennen. Dies ermöglicht ihnen, sich aktiv mit ihrem Umfeld auseinanderzusetzen. Im Sinne von Heymann (1996) wird damit eine unmittelbare Lebensvorbereitung, Weltorientierung sowie Anleitung zum kritischen Vernunftgebrauch adressiert (Siller et al., 2025). Mathematik wird „in realen und sinnhaften Kontexten … [anhand] real existierender Probleme, Fragestellungen oder Zusammenhänge“ (Siller, 2015, 2) aufgegriffen und folgt der Tradition der Grunderfahrung(en), „Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen“ (Winter, 1995, 37).

## 3 Ein Unterrichtsbeispiel

Ziel des in unserem Beitrag vorgestellten Unterrichtsbeispiels ist die selbstständige Auseinandersetzung mit der Frage, wie viel $CO_2$ noch ausgestoßen werden darf, um das 1,5°C-Ziel einzuhalten. Hierzu wird sowohl der Zusammenhang zwischen Temperaturanstieg und atmosphärischer $CO_2$-Konzentration betrachtet als auch der Einfluss des Menschen auf die Erderwärmung thematisiert.

Das Unterrichtsbeispiel ist für die Bearbeitung ab der 9. Jahrgangsstufe geeignet. Es gliedert sich in zwei vorbereitende Teilaufgaben und eine abschließende computergestützte Modellierungsaufgabe. In der ersten Aufgabe sollen die Schüler/innen grafische Darstellungen zur Treibhausgaskonzentration und Temperaturanomalien analysieren und interpretieren. Das Nutzen von Simulationsergebnissen von Klimamodellierungen als Daten weist Gemeinsamkeiten mit einem experimentierenden Ansatz auf, sodass die Schüler/innen hier Erfahrungen



MNU-Journal – Ausgabe 06.2023 – ISSN 0025-5866 – © Verlag Klaus Seeberger, Neuss

und Einblicke sammeln können. Dabei werden die Grenzen der Aussagekraft von Daten und deren Interpretation am Beispiel von Korrelation und Kausalität aufgezeigt. Aufbauend darauf sollen die Schüler/innen das Ergebnis von zwei Modellierungen zur Temperaturentwicklung interpretieren und begründen, inwieweit die Modellierung die Vermutung einer vorliegenden Kausalität stützt. Dabei wird in der Unterrichtssequenz die Modellqualität der zu interpretierenden Modellergebnisse nicht weiter thematisiert. Ziel der dritten Aufgabe ist die Beantwortung der folgenden Fragestellung auf der Basis von vorgegebenen Datensätzen des Met Office Hadley Centre zu Temperaturanomalien und $CO_2$-Ausstoß: *Wie viel $CO_2$ darf noch ausgestoßen werden, um das 1,5 °C-Ziel einzuhalten?*

### 3.1 Umsetzung im Rahmen des Würzburger Mathematik-Labors

Die vorgestellte Lernsequenz ist im Rahmen des Mathematik-Labors an der Universität Würzburg[1] mit einer 10. Jahrgangsstufe durchgeführt worden. Im Mathematik-Labor wird durch einen lernendenzentrierten und experimentierenden Umgang mit gegenständlichen und virtuellen Modellen ein Zugang zu den mathematischen Grundlagen realitätsnaher Problemstellungen ermöglicht. Hierbei liegt der Fokus auf dem Problemlösen und mathematischen Modellieren. An unterschiedlichen Stationen werden Wissen und Methoden verschiedener Fächer im Sinne einer *scientific inquiry* integriert, wobei der Schwerpunkt auf der Mathematik liegt. Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt dabei in Kleingruppen. Die nachfolgende Lerneinheit zum $CO_2$-Budget stellt eine typische Aufgabe des Würzburger Mathematik-Labors dar und gewinnt durch das gesellschaftlich stark diskutierte Thema des Klimawandel noch mehr Bedeutung. Zudem zeigt es, wie das Thema aus mathematischer Perspektive aufbereitet und auch in den Mathematikunterricht integriert werden kann.

### 3.2 Mathematischer Hintergrund

Im vorliegenden Unterrichtsbeispiel liegt der Fokus aus mathematischer Perspektive auf den Konzepten *Korrelation* und *Kausalität*. Eine Korrelation kann positiv, negativ, oder null sein. Bei einer positiven Korrelation liegen die Datenpunkte um eine Gerade mit positiver Steigung. Bei einer negativen Korrelation liegen die Datenpunkte um eine Gerade mit negativer Steigung. Je größer der Betrag des Korrelationskoeffizient ist, desto kleiner ist die Abweichung der Datenpunkte von der sog. Trendgerade.

Liegt ein statistischer Zusammenhang vor, so lässt sich die Vermutung aufstellen, dass zwischen den untersuchten Merkmalen ein Ursache-Wirkungs-Zusammenhang vorliegt. Ein solcher Zusammenhang wird als Kausalität bezeichnet.

Häufig werden die beiden Begriffe dahingehend verwechselt, dass vorschnell von einer Korrelation auf eine Kausalität geschlossen wird, obwohl keine Kausalität vorliegt oder der Ursache-Wirkungs-Zusammenhang noch nicht überprüft wurde. Der Korrelationskoeffizient selbst gibt nur die Stärke des statistischen linearen Zusammenhangs an und lässt keine Rückschlüsse auf einen kausalen Zusammenhang zu. Es lässt sich lediglich eine Vermutung aufstellen, dass die eine Variable/Größe die andere beeinflussen könnte. Liegt eine Korrelation vor und kein kausaler Zusammenhang, spricht man von einer Scheinkorrelation, wie beispielsweise bei dem Zusammenhang der Geburtenrate und der Anzahl von Storchenpaaren (MATTHEWS, 2000).

Besonders häufig tritt dieser Fehlschluss auf, wenn mehr als zwei Größen in den vorliegenden Kontexten Einfluss nehmen, da hierbei oftmals eine komplexe Wechselwirkung vorliegt. Beispielsweise kann eine dritte Variable/Größe gleichzeitig auf die beiden vorhandenen Größen wirken. Hierdurch wird der Eindruck eines Ursache-Wirkungs-Zusammenhangs erweckt, obwohl nur eine Korrelation vorliegt. Ein weiteres Beispiel ist die gegenseitige Beeinflussung zweier Variablen/Größen. Auch in einem solchen Fall liegt keine Kausalität vor, da keine eindeutige Ursache-Wirkung festgestellt werden kann.

Während sich in einfachen Sachzusammenhängen kausale Zusammenhänge leicht prüfen lassen, ist dies in komplexen Sachzusammenhängen nicht direkt möglich. Um eine Kausalität zu überprüfen, können experimentelle und statistische Methoden wie Randomisierung, Kontrollexperimente oder Modellierungen angewandt werden.

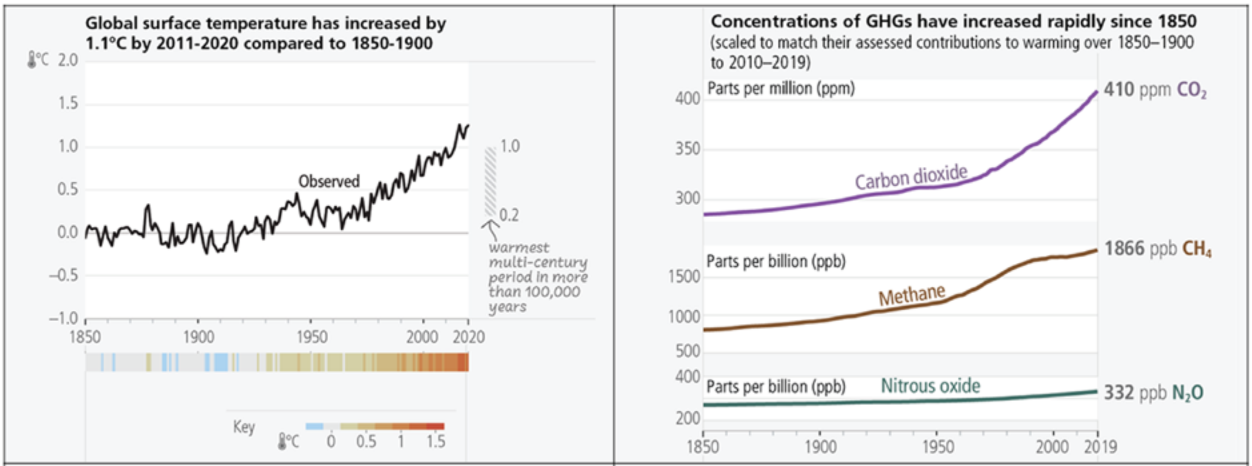
### 3.3 Naturwissenschaftlicher Hintergrund

Für die Einhaltung des 1,5 °C- Ziels müssen die Treibhausgasemissionen schnellstmöglich gemindert werden (Bundesministerium für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung, 2023). Ein wichtiges Treibhausgas ist dabei Kohlenstoffdioxid ($CO_2$), da die steigende $CO_2$-Konzentration in der Atmosphäre wesentlich zur Erderwärmung beiträgt. Obwohl die Beziehung zwischen der $CO_2$-Konzentration und der durchschnittlichen Erdtemperatur äußerst komplex ist, kann diese nach dem IPCC für den Zeitraum seit der vorindustriellen Ära bis zur Verdoppelung der vorindustriellen $CO_2$-Konzentration in der Atmosphäre näherungsweise durch eine lineare Beziehung beschrieben werden (IPCC, 2021).

Diese Beziehung bildet die Grundlage für die Modellierung der Schüler/innen in der dritten Aufgabe, in der das $CO_2$-Budget ermittelt werden soll. Dieses gibt in diesem Kontext an, wie viel $CO_2$ noch ausgestoßen werden darf, um das Ziel einer bestimmten maximalen Erwärmung einzuhalten, in diesem Fall 1,5 °C. Das verbleibende $CO_2$-Budget wird auf Basis des Transient Climate Response to Cumulative Emissions (TCRE) berechnet. Der TCRE-Wert ist ein Maß für die Veränderung der globalen mittleren Oberflächentemperatur als Reaktion auf kumulative $CO_2$-Emissionen (IPCC, 2021).

Der TCRE-Wert lässt sich ausgehend von der linearen Beziehung über die Steigung bestimmen. Für den Zeitraum bis zu einer

[1] https://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/mathe-labor/hp2/?page=description




| a) | b) |
|---|---|
| Veränderungen der globalen Oberflächentemperatur | Erhöhte Konzentrationen von Treibhausgasen in der Atmosphäre |

a) Erläutern Sie, welche Informationen den beiden oben dargestellten Grafiken entnommen werden können.

b) Vergleichen Sie den Verlauf des Graphen in der linken Grafik 1 mit den Verläufen der Graphen in der rechten Grafik. Gibt es einen sichtbaren Zusammenhang zwischen den Temperaturanomalien und der $CO_2$-Konzentration? Wenn ja, beschreiben Sie diesen.

c) Lässt sich die folgende Aussage aus den Daten ableiten? Beachten Sie hierbei den Unterschied der Konzepte *Kausalität* und *Korrelation*.
„Der Anstieg der anthropogenen Treibhausgaskonzentrationen verursacht einen wesentlichen Anteil der globalen Erwärmung seit Mitte des 20. Jahrhunderts."
**Hinweis**: Das Wort anthropogen bedeutet „durch den Menschen beeinflusst, verursacht (Duden, 2023)."

Abb. 1. a) Changes in global surface temperature; b) Increased concentrations of GHGs in the atmosphere (IPCC, 2023, Kapitel 2; Abbildung 2.1 b), c))

Temperaturerhöhung von 1,5 °C im Vergleich zum Durchschnitt der Jahre 1850–1900 geht das IPCC (2021) von einer Temperaturerhöhung von 0,45 °C pro 1000 Gigatonnen $CO_2$ aus. Dabei liegt ein Unsicherheitsbereich von 0,27–0,63 °C vor (IPCC, 2021).

## 3.4 Fachdidaktischer Hintergrund

Die o.g. Fragestellung wird derzeit in der Gesellschaft intensiv diskutiert. Dabei scheint es oftmals so, dass die Beantwortung der Fragestellung einfach und rasch erfolgen kann. Beschäftigt man sich jedoch eingehender damit, erkennt man schnell, dass es sich um eine sehr komplexe und anspruchsvolle Fragestellung handelt, deren Integration in den Mathematikunterricht sowohl die in den Bildungsstandards aufgeführten inhaltsbezogenen Kompetenzen wie auch prozessbezogene Kompetenzen fördern und weiterentwickeln kann. Im vorliegenden Beispiel werden auf der inhaltlichen Ebene insbesondere Aspekte der Leitidee Funktionaler Zusammenhang sowie Daten und Zufall (mit einer deutlichen Fokussierung auf den Bereich Daten) berücksichtigt.

Mit unserer Aufgabe zielen wir explizit auf die prozessbezogene Kompetenz Mathematisch Modellieren ab. Dies ist damit begründet, dass bei einer reflektierten Auseinandersetzung mit der Einhaltung des 1,5 °C-Ziels Annahmen getroffen, Daten recherchiert, aufbereitet und interpretiert werden müssen. Hierbei handelt es sich um eine komplexe und vielschichtige Vorgehensweise, die die verschiedenen Schritte des mathematischen Modellierens beinhaltet, insbesondere aber auch mit einer Validierung der erzielten Ergebnisse einhergeht.

Im Folgenden werden die drei Aufgabenstellungen der Lernumgebung vorgestellt. Hierbei werden zunächst die Aufgabenstellungen dargestellt und ein Vorgehen zur Lösung der Aufgabe mit Lösungsansätzen beschrieben. Dabei werden Schüleraktivitäten skizziert und mögliche Lerngelegenheiten sowie der Mehrwert der Aufgabe aufgeführt.

## 3.5 Aufgabe 1: Korrelation oder Kausalität?

In der ersten Aufgabe analysieren die Schüler/innen die beiden in Abbildung 1 gezeigten Grafiken. In der linken Grafik sind die Temperaturanomalien und in der Rechten die steigende Konzentration der anthropogenen Treibhausgase, Kohlenstoffdioxid, Methan und Stickoxid in der Atmosphäre ab 1850 dargestellt. Die erste Aufgabe besteht aus drei Teilaufgaben. Die konkreten Arbeitsaufträge finden sich in Abbildung 1.

Die Schüler/innen sollen in der ersten Teilaufgabe beschreiben, welche Informationen aus den Grafiken gewonnen werden können. In der zweiten Teilaufgabe sollen die Schüler/innen den Verlauf des Graphen in der linken Grafik mit den Verläufen der Graphen in der rechten Grafik vergleichen. Dabei sollen sie untersuchen, ob es einen sichtbaren Zusammenhang zwischen den Temperaturanomalien und der $CO_2$-Konzentration gibt. Auf dieser Grundlage lässt sich eine Hypothese über einen Zusammenhang zwischen $CO_2$-Konzentration und dem Temperaturanstieg formulieren.

Die linke Grafik in Abbildung 1 zeigt die globale Durchschnittstemperatur von 1850 bis 2022. In den Jahren 1850 bis etwa 1930 ist die Temperatur weitgehend stabil bei einer Abweichung von ungefähr 0 °C (+0,2 °C) im Vergleich zur Vorindustrialisierung. Zwischen 1930 und 1960 steigt die Temperatur allmählich an. Dieser Anstieg nimmt ab 1970 deutlich bis zu einer Temperaturabweichung von 1,25 °C in den Jahren 2015 bis 2022 zu.

In der rechten Grafik sind die Konzentrationen der anthropogenen Treibhausgase Kohlenstoffdioxid, Methan und Stickoxid in der Atmosphäre in ppm (parts per Million) von 1850 bis 2022 dargestellt. Bei allen drei Graphen steigen die Konzentrationen zwischen 1850 bis 1930 leicht an. Ab 1930 steigt die Konzentration von Kohlenstoffdioxid und Methan deutlich bis 1990. Ab 1990 flacht der Graph der Methankonzentration etwas ab, wobei diese weiterhin zunimmt. Die $CO_2$- Konzentration steigt weiterhin stark, nahezu exponentiell an. Die Konzentration von Stickoxid nimmt ab 2000 etwas stärker zu. Eine beispielhafte Lösung einer Gruppe von Schüler/inne/n zeigt Abbildung 2.

a)
Diagramm 1:
- Diagramm zeigt, inwiefern die globale-Oberflächentemperatur gestiegen ist
- Ergebnisse alle zwei Jahre
- Graph steigt ↗ (1,1°) 2011-2020 u. 1850-1900 (1,1° niedriger)

Diagramm 2:
- $CO_2$, $CH_4$, $N_2O$ -Konzentration
  Methan lachgas
- von 1850-2019
- $N_2O$ am schwächsten angestiegen
- $CH_4$ am meisten angestiegen

Abb. 2. Schülerbearbeitung zu Aufgabe 1 a)

Vergleicht man die Verläufe der Graphen in den beiden Grafiken, so zeigt sich, dass diese ähnlich verlaufen. In allen Graphen ist der Verlauf zwischen von 1850 bis 1920 minimal schwankend oder steigend. Ab 1920 sieht man in den Verläufen einen steigenden Trend. Es lassen sich folglich Parallelen zwischen dem Verlauf der Temperaturanomalien und der anthropogenen Treibhausgaskonzentration feststellen, die einen statistischen Zusammenhang vermuten lassen.

Auf dieser Basis allein kann jedoch keine Aussage darüber getroffen werden, ob oder in welchem Maße der Anstieg der anthropogenen Treibhausgaskonzentrationen in der Atmosphäre einen wesentlichen Anteil der globalen Erwärmung seit Mitte des 20. Jahrhunderts verursacht. Der statistische und kausale Zusammenhang wird gerade dann, wenn aufgrund von Alltagswissen ein kausaler Zusammenhang zwischen den anthropogenen Treibhausgasemissionen und den Temperaturänderungen bekannt ist, verwechselt. Ein Beispiel hierfür ist in der Schülerlösung in Abbildung 3 dargestellt. Die Aussage der Schüler/innen lässt sich nicht allein auf der Basis der gegebenen Daten treffen.

c) zur globalen Erwärmung tragen die Treibhausgas-Konzentrationen zwar bei, aber sind nicht alleine ausschlaggebend.
Bsp.: 1930-1950

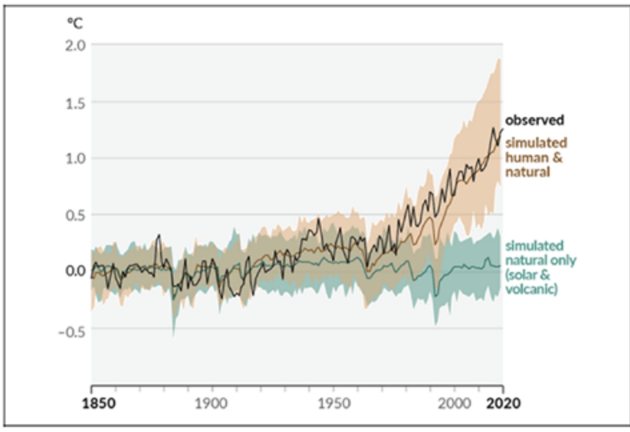
Abb. 3. Schülerlösung zu Aufgabe 1 c)

Für eine fundierte Argumentation ist es jedoch wichtig, die Grenzen der Aussagekraft von Daten aufzuzeigen. Dies wird in der dritten Teilaufgabe aufgegriffen, in der die Schüler/innen die vorangegangene Aussage bewerten sollen. Hierbei sollen die Grenzen mathematischer Konzepte und deren Aussagekraft am Beispiel der Interpretation der Daten aufgezeigt werden. Dabei sollen die Schüler/innen den Unterschied zwischen einer Korrelation (statistische Beziehung) und einer Kausalität (Ursache-Wirkungs-Beziehung) herausarbeiten. Diese Unterscheidung ist bei der Interpretation von Daten sehr wichtig, da die Folgerung einer Ursache-Wirkungs-Beziehung aus einer statistischen Beziehung zu falschen Aussagen führen kann. Eine signifikante Korrelation allein kann lediglich eine Vermutung über einen kausalen Zusammenhang liefern.

### 3.6 Aufgabe 2: Bewerten von Aussagen auf Basis vorgegebener Modellierungen

In der zweiten Aussage soll die Hypothese aus Aufgabe 1c) genauer betrachtet werden. Anhand von zwei Klimamodellsimulationen des Coupled Model Intercomparison Project Phase 6 (CMIP6) des IPCC sollen mögliche kausale Zusammenhänge erarbeitet werden. In der Grafik ist sind die Temperaturanomalien der letzten 170 Jahre zum Bezugszeitraum 1850–1900 (schwarze Linie) sowie die modellierten Temperaturänderungen dargestellt. Das Ergebnis auf der Basis von menschlichen und natürlichen Faktoren ist in braun dargestellt, das Ergebnis auf ausschließlich natürlichen Faktoren wie Sonnen- und Vulkanaktivität in grün. Die durchgezogenen farbigen Linien stellen den Durchschnittswert der verschiedenen Modelle dar, die farbigen Schattierungen kennzeichnen die Konfidenzintervalle, also den Bereich, in dem die Werte laut Simulation sehr wahrscheinlich liegen werden. (IPCC, 2021b). Die beiden Modellierungen zu Temperaturanomalien sind in der Grafik in Abbildung 4 abgebildet und die beiden Arbeitsaufträge an die Schüler/innen daneben aufgeführt.

Zunächst sollen die Schüler/innen die grafisch aufbereitete Darstellung der auf Simulationsergebnissen beruhenden Daten analysieren. Dabei sollen die Schüler/innen die grafische Darstellung der Temperaturanomalien in Abhängigkeit von der Zeit beschreiben und Gemeinsamkeiten und Unterschiede der beiden Graphen herausarbeiten. Aus der Grafik lässt sich entnehmen, dass die sehr wahrscheinliche Bandbreite auf Basis der




a) Beschreiben Sie den Verlauf des orangen und des grünen Graphen, sowie der schattierten Bereiche. Vergleichen Sie diesen mit dem schwarzen Graphen und gehen Sie dabei insbesondere auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede ein.

b) Erläutern Sie, wie diese Modellierungen die Aussage stützen:

„Der Anstieg der anthropogenen Treibhausgaskonzentrationen verursacht einen wesentlichen Anteil der globalen Erwärmung seit Mitte des 20. Jahrhunderts."

Abb. 4. Modellierung Temperaturanomalien (IPCC, 2021b, Abbildung SPM.1b)

beiden Modellierungsgrundannahmen mit und ohne menschlichen Einfluss modellierten Temperaturanomalien bis zum Jahr 1960 mit den gemessenen Temperaturanomalien im Wesentlichen zusammenfällt. Ab dem Jahr 1960 weichen die simulierten Temperaturanomalien ohne menschliche Faktoren von den realen Daten ab. Ab 1970/80 liegen die die auf Messwerten beruhenden Daten außerhalb der Bandbreite der simulierten Temperaturanomalien ohne menschliche Faktoren. Dagegen steigen die simulierten Temperaturanomalien, die menschliche und natürliche Faktoren berücksichtigen, wie die gemessenen Werte an und können weiterhin gut mit der simulierten sehr wahrscheinlichen Bandbreite beschrieben werden. Die globale Temperaturänderung kann folglich nur durch die gemittelte Modellierung gut beschrieben werden, bei der die menschlichen Faktoren mit einbezogen werden.

In der zweiten Teilaufgabe sollen die Schüler/innen aufbauend auf der Beschreibung aus Teilaufgabe a) diskutieren, wie die mathematische Modellierung die Aussage aus Teilaufgabe 1a) stützen kann.

Unter der Annahme, dass ausschließlich ein statistischer und kein kausaler Zusammenhang zwischen der anthropogenen Treibhausgaskonzentration und der Temperaturänderung vorliegt, sollten die beiden Simulationen sowohl bei alleiniger Einbeziehung der natürlichen Faktoren als auch bei der zusätzlichen Einbeziehung der menschlichen Faktoren vergleichbare Ergebnisse liefern. Diese müssen insbesondere auch mit den gemessenen Daten übereinstimmen.
Die Ergebnisse der Simulationen widersprechen jedoch wie in Teilaufgabe a) beschrieben dieser Erwartung. Dadurch unterstützt die Modellierung die zu prüfende Aussage eines kausalen Zusammenhangs. Eine Schülerlösung ist in Abbildung 5 dargestellt. Interessant ist hier die implizite Sichtweise der Schüler/innen, dass die Modelle die statistischen Schwankungen vollkommen „aufklären" müssten. Dies ist möglicherweise ein Anzeichen für noch nicht voll entwickelte Sichtweisen der Schüler/innen zu statistischer Variabilität (Kuntze & Krummenauer, 2023).

Anhand der Simulation lässt sich feststellen, dass die anthropogenen Treibhausgaskonzentrationen definitiv ein entscheidender Faktor für die globale Erwärmung sind, aufgrund der Ähnlichkeit zwischen der Simulation von menschlichem + natürlichem Einfluss (orangener Graph) und den tatsächlich beobachteten Werten (schwarzer Graph) aber es muss noch andere kleinere Faktoren geben, da keine vollständige Abhängigkeit besteht.

Abb. 5. Schülerlösung zu Aufgabe 2 b)

Diese Aufgabe zeigt eine Möglichkeit, Folgerungen aus Ergebnissen der (akzeptierten) mathematischen Modellierungen im interdisziplinären Kontext ziehen zu können und trägt somit zur Erkenntnisgewinnung am Bespiel der Bewertung der Hypothese des Einflusses von Treibhausgasen auf die Temperaturänderungen bei. Zusammen mit Aufgabe 1 werden dabei Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Konzepte zur Analyse nachhaltiger Entwicklungen aufgezeigt. Die Schüler/innen können die methodischen Grundlagen des wissenschaftlichen Konsenses über den anthropogenen Einfluss auf den Klimawandel durch die selbstständige Analyse und Argumentation nachvollziehen und selbstständig Argumente entwickeln (KMK et al., 2025).

### 3.7 Aufgabe 3: Eigenständige Modellierung des $CO_2$-Budgets

In der dritten Aufgabe schließt sich nun der Einsatz von digitalen Mathematikwerkzeugen und einer eigenständigen Modellierung an. Aufbauend auf den bisherigen Erkenntnissen und zwei vorgegeben Datensätzen sollen die Schüler/innen überlegen, wie viel $CO_2$ noch ausgestoßen werden darf, um das 1,5 °C-Ziel einzuhalten.

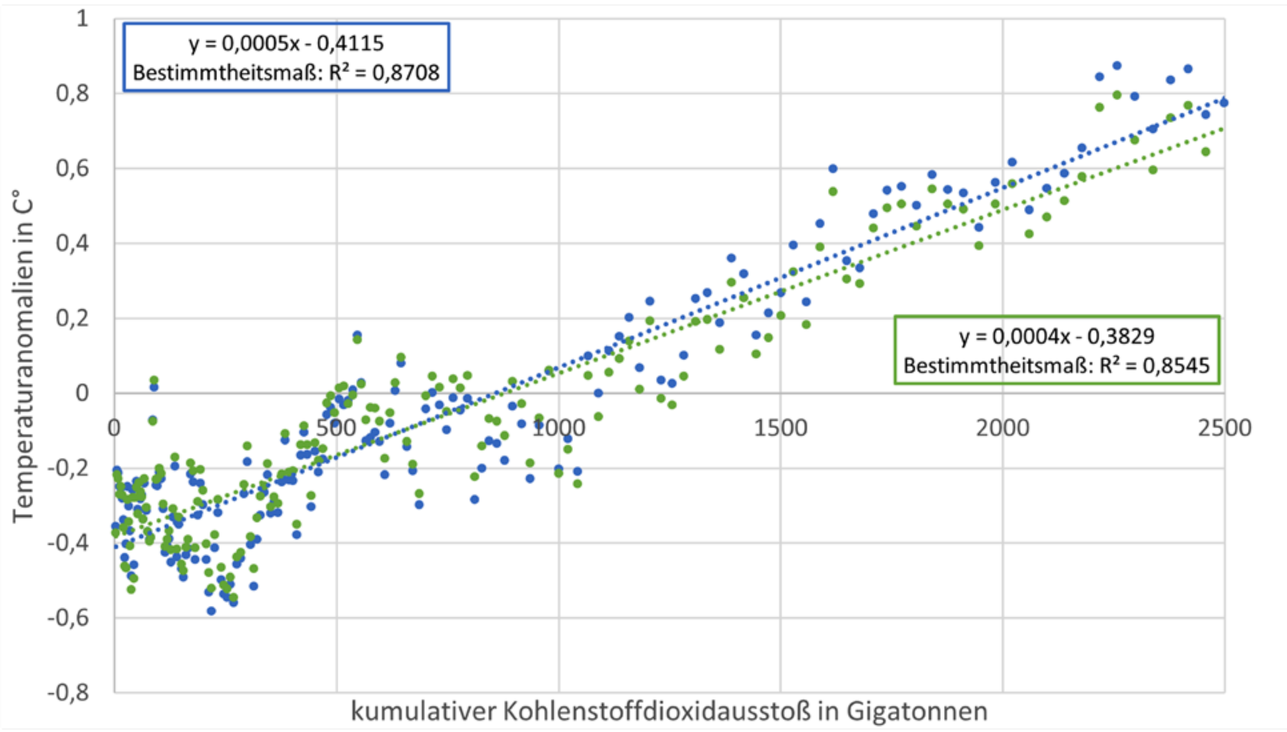



Abb. 6. Auswertung der Daten mithilfe einer Tabellenkalkulation in Aufgabe 3

Die verwendeten Datensätze der Temperaturanomalien sind öffentlich über die Seite des Met Office Hadley Centre[2] zugänglich. Die globale Temperaturänderung wird aufgrund begrenzter Messtationen nicht direkt gemessen, sondern aus den Messdaten ermittelt. HadCRUT.4.6.0.0 und HadCRUT.5.0.1.0 sind zwei Datensätze, die sich auf die Zeitperiode von 1961 – 1990 beziehen. Beim HadCRUT.4.6.0.0.-Datensatz werden Orte und Regionen ohne Messwerte nicht einbezogen beziehungsweise wird für diese kein Wert angegeben. Hingegen wird beim HadCRUT.5.0.1.0.-Datensatz solchen Orten und Regionen mittels moderner, statistischer Verfahren ein Wert zugeordnet, um so einen umfassenderen Datensatz zu erhalten.

Prinzipiell können die Schüler/innen die Datensätze selbstständig recherchieren. In dieser Unterrichtssequenz soll der Fokus aber nicht auf der Recherche, sondern auf dem Arbeiten mit den Daten liegen. Außerdem liegen die Daten nicht im geeigneten Format für die direkte Verarbeitung vor, sondern müssen zunächst aufbereitet werden. Diese Aufbereitung würde viel Zeit in Anspruch nehmen, ohne wesentlichen erwartbarem Zuwachs an mathematischem oder nachhaltigkeitsbezogenem Wissen. Daher arbeiten die Schüler/innen in der Unterrichtssequenz mit den in einer Tabellenkalkulationsdatei aufbereiteten Daten.

Um die Frage zu beantworten, wie viel $CO_2$ noch ausgestoßen werden darf, um das 1,5°C-Ziel einzuhalten, müssen die Schüler/innen auf Basis der Datensätze ein geeignetes Modell entwickeln. Ein Modellierungsansatz kann über die Erkenntnisse aus den vorangegangenen Aufgaben hergeleitet werden, nämlich zum statistischen und kausalen Zusammenhang zwischen der anthropogenen Treibhausgaskonzentration und den Temperaturanomalien.

Hierfür müssen die realen Daten in ein statistisches Modell übertragen werden, wobei in diesem Fall aus den Daten eine lineare Trendlinie generiert wird. Die Schüler/innen sollen die Beziehung zwischen den beiden Größen quantifizieren, indem sie die Entwicklung der globalen Erwärmung in Abhängigkeit von den kumulierten $CO_2$-Emissionen in der Tabellenkalkulation in einem Punktediagramm darstellen. Das Diagramm ist in Abbildung 6 dargestellt. Für die Quantifizierung kann das Werkzeug *Trendlinie* in der Tabellenkalkulation im Sinne einer Black Box verwendet werden (Straesser, 2007). Darüber kann auch eine Geradengleichung ausgegeben werden. Daran anschließend wird eine sinnvolle Interpretation des Modells durchgeführt.

Die Steigung des Graphen entspricht dann dem (ungefähr zu erwartenden) Temperaturanstieg pro weiteren ausgestoßen 1000 Gt $CO_2$, im vorliegenden Fall 0,48°C bzw. 0,44°C pro 1000 Gt $CO_2$. Dieser Wert liegt im vom IPCC angegebenen Bereich der Temperaturerhöhung von 0,27 – 0,63°C.

[2] https://www.metoffice.gov.uk/hadobs/

Die Menge $CO_2$, die ausgestoßen werden darf, ergibt sich durch:

$$\frac{1{,}5^\circ C}{\frac{\Delta T}{1000}\, GtCO_2}$$

Somit dürfen gesamt zur Einhaltung des 1,5 °C-Ziels noch 3125 Gt bzw. 3409 Gt $CO_2$ ausgestoßen werden. Bis 2023 wurden insgesamt schon 2498 Gt $CO_2$ ausgestoßen, weswegen ein $CO_2$-Budget von 627 Gt $CO_2$ bzw. 911 Gt $CO_2$ zur Einhaltung des 1,5 °C-Ziels bleibt.

### 3.8 Potential und Hürden des Unterrichtsbeispiels

Aus den Gesprächen und Bearbeitungen der Schüler/innen können unterschiedliche Hürden rekonstruiert werden, die gleichsam als Potentiale der Unterrichtseinheit gewertet werden können.

Einer dieser zunächst als Hürden wahrgenommenen Aspekte stellt der Umgang mit großen Datenmengen dar. Bei der Bearbeitung der dritten Aufgabe müssen die Schüler/innen mit großen, authentischen Datensätzen arbeiten. Einige Schüler/innen hatten zu Beginn Schwierigkeiten, die richtigen Daten auszuwählen. Eine Gruppe hat die Grafiken aus Aufgabe 1 für die Modellierung zugrunde gelegt, während andere die Daten in der Excel-Datei trotz Beschriftung nicht richtig zuzuordnen konnten. Hier ist es notwendig, dass die Lehrkraft gegebenenfalls unterstützt oder durch Fragen über die Datensätze sicherstellt, dass die Schüler/innen die Daten richtig zuordnen.

Neben der Darstellung der Daten stellt auch die Auswertung der Daten die Schüler/innen vor Hindernisse, denn für die Bearbeitung sind grundlegende Fähigkeiten zur Erstellung von Diagrammen und dem Umgang mit dem Werkzeug *Trendline* notwendig. Diese bilden nicht nur für die Bearbeitung dieser speziellen Aufgabe wichtige Fähigkeiten, sondern stellen eine Grundlage für viele Aufgabenstellungen aus dem Bereich der BNE und anderer MINT-Disziplinen wie beispielsweise beim Arbeiten mit Messwerten dar.

Als weitere Hürde bei der Interpretation von Daten zeigt sich in den Gesprächen der Schüler/innen, dass – wie vorab vermutet – die Unterscheidung von Korrelation und Kausalität den Schüler/innen teilweise noch nicht bekannt war oder kein ausreichendes Verständnis vorhanden war. Beispielsweise argumentierte eine Gruppe, dass sich die Aussage aus den Daten ableiten lässt „[…], da die Graphen sich ähneln und seit Mitte der 50er auch viele Treibhausgase durch vermehrte Nutzung von Autos freigesetzt wurden.“ Aus dem Gespräch lässt sich ableiten, dass die Schüler/innen einen Zusammenhang vermuten. Ihre Begründung basiert jedoch auf ihrem Alltagswissen und nicht auf den gegebenen Daten und mathematischen Konzepten. Die Schwierigkeit des Themas findet sich auch in weiteren Gruppen wieder. Beispielsweise erkannte eine Gruppe zwar, dass diese Daten allein keinen (kausalen) Zusammenhang liefern, verwiesen jedoch in Aufgabe 2b) auf ihre Antwort aus Aufgabe 1c). Auch dadurch zeigt sich, dass die Schüler/innen die Konzepte Korrelation und Kausalität noch nicht vollständig verstanden hatten, und dies Auswirkung auf die Interpretation der Daten hatte.

Der Verweis der Gruppe auf die Lösung der ersten Aufgabe zeigt darüber hinaus, dass die Schüler/innen die Ergebnisse der Modellierung mit Messwerten als gleichwertige Datengrundlage gleichsetzen, die Ergebnisse der mathematischen Modellierung also als neuen (realen) Datensatz werten und nicht als Simulationsdaten aus einer Modellierung.

Insgesamt zeigt sich hierdurch ein Potential der Lernumgebung für den Erwerb bzw. die Förderung von Data Literacy, da die Schüler/innen die Konzepte in den Aufgaben kritisch diskutieren und anwenden müssen. Data Literacy ist eine wichtige Schlüsselkompetenz des 21. Jahrhunderts (OECD, 2018) und ein wichtiger Baustein für BNE, da der kompetente Umgang mit großen Datenmengen eine Grundvoraussetzung für viele Problemstellungen in diesem Zusammenhang ist. Zu diesem Umgang gehört auch die Auswertung der Daten mithilfe mathematischer Konzepte, der Untersuchung der Art des Zusammenhangs von mehreren Größen. Werden die Konzepte Korrelation und Kausalität nicht richtig unterschieden, kann dies im Fall von Scheinkorrelationen zu falschen Schlüssen führen. Da diese Schlüsse sowohl zur privaten Meinungsbildung dienen, aber auch die Grundlage für gesellschaftliche Entscheidungsprozesse bilden, ist eine differenzierte Betrachtung relevant. Schüler/innen sollten erfahren, dass die sachkundige Anwendung mathematischer Konzepte die Grundlage für fundierte Argumentationen liefern, gleichzeitig aber auch die Grenzen von Dateninterpretationen kennenlernen.

## 4 Zusammenfassung und Fazit

Die Unterrichtssequenz ist ein Beispiel, wie Bildung für Nachhaltige Entwicklung in den Mathematikunterricht der Sekundarstufe I integriert werden kann. In der Einheit müssen die Schüler/innen sowohl innermathematisch als auch außermathematisch arbeiten. Dabei müssen Sie insbesondere inner- und außermathematische Begründungen miteinander verbinden. Gleichzeitig müssen die Schüler/innen dabei eigenes (z.B. Medien-)Wissen und vorliegenden Daten als Argumentationsgrundlage differenzieren können, wenn sie beispielsweise Aussagen zu Kausalität und Korrelation treffen.

Insgesamt wurde durch die Diskussionen der Schüler/innen deutlich, dass das die exemplarisch dargestellte Unterrichtssequenz und damit der Mathematikunterricht insgesamt einen wichtigen Beitrag zur Bildung für nachhaltige Entwicklung leisten kann.

## Danksagung

Wir möchten uns abschließend bei *The Intergovernmental Panel on Climate Change* (IPCC) bedanken. Vom IPCC haben wir eine nicht-exklusive Erlaubnis erhalten, Abbildung 1a und Abbildung 1b (des Unterrichtsbeispiels) zu verwenden. Die Vor-

aussetzung zur Nutzung, i.e. Nennung der Originalquelle und Verweis auf jede Abbildung sowie den Herausgeber, sind eingehalten.

## Literatur


Bundesministerium für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung (2023). *Klimaabkommen von Paris*. https://www.bmz.de/de/service/lexikon/klimaabkommen-von-paris-14602 (25.09.2023).

Duden (2023). *Wörterbuch:* anthropogen. https://www.duden.de/rechtschreibung/anthropogen (29.08.2023).

Heymann, H. W. (1996). *Allgemeinbildung und Mathematik. Reihe Pädagogik: Bd. 13*. Weinheim, Basel: Beltz.

IPCC. (2013). *Climate change 2013: The physical science basis: Contribution of Working Group I to the Fifth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change Stocker, T.F.,* D. Qin, G.-K. Plattner, M. Tignor, S.K. Allen, J. Boschung, A. Nauels, Y. Xia, V. Bex and P.M. Midgley *(eds.)*. Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA: Cambridge University.

IPCC (2021a). *Climate Change 2021: The Physical Science Basis*. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change [Masson-Delmotte, V., P. Zhai, A. Pirani, S.L. Connors, C. Péan, S. Berger, N. Caud, Y. Chen, L. Goldfarb, M.I. Gomis, M. Huang, K. Leitzell, E. Lonnoy, J.B.R. Matthews, T.K. Maycock, T. Waterfield, O. Yelekçi, R. Yu, and B. Zhou (Hg.)]. Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA: Cambridge University Press.

IPCC (2021b). Summary for Policymakers. In IPCC, *Climate Change 2021: The Physical Science Basis*. Contribution of Working Group I to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change [Masson-Delmotte, V., P. Zhai, A. Pirani, S.L. Connors, C. Péan, S. Berger, N. Caud, Y. Chen, L. Goldfarb, M.I. Gomis, M. Huang, K. Leitzell, E. Lonnoy, J.B.R. Matthews, T.K. Maycock, T. Waterfield, O. Yelekçi, R. Yu, and B. Zhou (Hg.)]. Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA: Cambridge University Press.

IPCC. (2023). *Climate Change 2023: Synthesis Report: A Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Contribution of Working Groups I, II and III to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change [Core Writing Team, H. Lee and J. Romero (eds.)]. Schweiz: IPCC.

KMK, BMZ & Engagement Global (Hg.) (2025). *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung im Rahmen einer Bildung für nachhaltige Entwicklung für die Gymnasiale Oberstufe (OR GOS)*. Bonn

Kuntze, S. & Krummenauer, J. (2023). *„Mit statistischer Variabilität umgehen“ als Big Idea der Beschäftigung mit Daten im Mathematikunterricht – Sichtweisen und Kompetenzaspekte von Lernenden als komplementäre empirische Zugänge*. In *MNU Journal*, *76*(4), 274–282.

Lehrstuhl für Physische Geographie, Universität Würzburg (2023). *Arbeitsgruppe Klimatologie:* Aktuelle Forschungsprojekte. https://www.geographie.uni-wuerzburg.de/klimatologie/team-climate/aktuelle-forschungsprojekte/ (25.09.2023).

Matthews, R. (2000). Storks Deliver Babies (p = 0.008). *Teaching Statistics*, *22*(2), 36–38.

OECD (2018). *The Future of Education Skills:* Education 2030, OECD Publishing.

Potsdam-Institut für Klimafolgenforschung (PIK) e. V. (o. J.). *Potsdam-Institut für Klimafolgenforschung*. https://www.pik-potsdam.de/de (25.09.2023).

Siller, H.-S. (2015). Realitätsbezug im Mathematikunterricht. *Der Mathematikunterricht* 61(5).

Siller, H.-S., Vorhölter, K., Oldenburg, R., Schneider, K., Wagener, M. & Warmeling, A. (2025). Mathematik. KMK, BMZ & Engagement Global (Hg.) (2025), *Orientierungsrahmen für den Lernbereich Globale Entwicklung im Rahmen einer Bildung für nachhaltige Entwicklung für die Gymnasiale Oberstufe (OR GOS)*. Bonn

Straesser, R. (2007). Didactics of mathematics: more than mathematics and school! *ZDM*, *39*(1–2), 165–171.

Winter, H. (1995). Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, *21*(61), 37–46.



*Janina Just, janina.just@uni-wuerzburg.de, ist Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Mathematik V – Didaktik der Mathematik (Prof. Dr. Hans-Stefan Siller) an der Julius-Maximilians-Universität Würzburg.*

*Prof. Dr. Hans-Stefan Siller, hans-stefan.siller@uni-wuerzburg.de, ist Inhaber des Lehrstuhls für Mathematik V – Didaktik der Mathematik an der Julius-Maximilians-Universität Würzburg.*

*Dr. Katrin Vorhölter, katrin.vorhoelter@tu-braunschweig.de, ist Verwalterin der Professur für Mathematikdidaktik und Elementarmathematik an der Technischen Universität Braunschweig.*