

Die International Mathematical Modeling Challenge (IM²C)



KATRIN VORHÖLTER – HANS-STEFAN SILLER

Im Artikel wird zunächst der Wettbewerb „International Mathematical Modeling Challenge“ für Schüler/innen dargestellt. Anschließend werden ein Aufgabenbeispiel genauer beschrieben und die Äußerungen eines Schülers zitiert. Abschließend werden Chancen diskutiert, die die Teilnahme am Wettbewerb bietet.

1 Der Wettbewerb

Die *International Mathematical Modeling Challenge* (IM²C) ist ein seit 2015 bestehender, internationaler Wettbewerb für Schüler/innen. Er geht aus dem *HiMCM* (High School Mathematical Contest in Modeling) hervor, der von COMAP in den USA organisiert wird, und richtet sich an Schüler/innen ab der 10. Jahrgangsstufe. Einmal pro Jahr erhalten alle teilnehmenden Teams eine einheitliche, reale, interdisziplinär anschlussfähige Problemstellung, die typischerweise aus einem gesellschaftlich relevanten Themenfeld stammt und die für alle teilnehmenden Teams weltweit gleich ist. Mittlerweile beteiligen sich jährlich Teams aus über 40 Ländern, wobei aus jedem Land zwei Teams teilnehmen dürfen. Um zu entscheiden, welche Teams ein Land vertreten, verfolgen die einzelnen Länder unterschiedliche Strategien. In Deutschland wird die Entscheidung durch eine Jury auf der Grundlage der Ausarbeitungen, die die Teams zu der international gestellten Aufgabe erarbeiten, getroffen.

1.1 Wettbewerbskriterien

Die Bearbeitung der Aufgabe erfolgt in Deutschland den internationalen Kriterien folgend: Maximal vier Schüler/innen derselben Schule bilden ein Team und werden organisatorisch durch einen Team Advisor, in der Regel eine Lehrkraft der Schule, betreut. Die Rolle dieser Betreuungsperson ist auf organisatorische Unterstützung beschränkt; eine fachliche Mitwirkung an der Bearbeitung der Aufgabe ist ausdrücklich nicht zulässig. Alle teilnehmenden Teams bearbeiten dieselbe, internationale vorgegebene Aufgabe. Bei der Bearbeitung sind digitale Werkzeuge nicht nur ausdrücklich erlaubt, sondern oftmals notwendig; gleiches gilt für interdisziplinäre Kenntnisse. Die verwendeten Hilfsmittel müssen vollständig angegeben werden, externe fachliche Unterstützung ist jedoch ausgeschlossen. Maximal 120 Stunden nachdem den Teams die Aufgabenstellung zugänglich gemacht wurde, müssen sie eine schriftliche Ausarbeitung, die die erarbeitete mathematische Lösung des Modells auf maximal 20 Seiten dokumentiert, einreichen. Zusätzlich ist eine einseitige Zusammenfassung erforderlich.

Die nationale Jury wählt im Anschluss die zwei besten Beiträge aus und nominiert sie für die internationale Runde. Ist die Dokumentation zunächst in deutscher Sprache verfasst, muss sie nun noch vom Team übersetzt werden.

1.2 Zeitlicher Ablauf

Der Wettbewerb beginnt jedes Jahr am zweiten Montag im März, ab dem der Bearbeitungszeitraum innerhalb eines festgelegten Gesamtzeitraums frei gewählt werden kann. Die Arbeitsphase muss ununterbrochen an fünf aufeinanderfolgenden Tagen stattfinden. Spätestens Anfang Mai sind die fertigen Lösungen zusammen mit den erforderlichen Formularen vom nationalen Koordinator digital einzureichen. Dazu gehören unter anderem Einverständniserklärungen der Eltern, ein Formular zur Bestätigung der Unabhängigkeit der Arbeit sowie die Angabe der schulischen Betreuerperson.

Die internationale Jury kategorisiert die eingereichten Beiträge nach qualitativen Kriterien in vier Auszeichnungsstufen (in absteigender Reihenfolge): *Outstanding*, *Meritorious*, *Honorable Mention* und *Successful Participant*. Innerhalb der Kategorien erfolgt keine weitere Rangordnung, und die Zahl der Auszeichnungen in einer Kategorie kann variieren. So können mehrere Teams den Status „Outstanding“ erhalten – es ist aber auch möglich, dass in einem Jahr keine Arbeit diesem höchsten Anspruch genügt. Teams mit einer „Outstanding“-Bewertung werden zur internationalen Preisverleihung eingeladen, die jährlich an wechselnden Orten stattfindet. Alle übrigen teilnehmenden Gruppen erhalten eine Teilnahmeurkunde. Vergangene Aufgabenstellungen sowie herausragende Modelllösungen sind auf der offiziellen Webseite des Wettbewerbs einsehbar (<https://immchallenge.org/Pages/Sample.html>).

1.3 Der Wettbewerb in Deutschland

In Ländern mit nationaler Vorentscheidung (z.B. Deutschland) endet der Bearbeitungszeitraum üblicherweise 2–3 Wochen vor dem internationalen Abgabetermin, um eine rechtzeitige Auswahl durch die nationale Jury zu ermöglichen. Die Schulen wählen gemeinsam mit dem Organisationsteam einen Bearbeitungszeitraum aus, in dem das Team die internationale Aufgabe – im Original und in deutscher Übersetzung – erhält. Die Bearbeitung erfolgt gemäß der Wettbewerbskriterien. Die Lösung wird übermittelt, entweder in deutscher oder englischer Sprache.

In der nationalen Runde erhalten alle teilnehmenden Teams eine Urkunde mit ihrer erreichten Platzierung, die dokumentierten Lösungen der beiden besten nationalen Teams werden in die internationale Wertung weitergeleitet.

2 „An Bord!“ – ein Aufgabenbeispiel

Um einen Eindruck von den Problemstellungen und damit einhergehenden Herausforderungen zu vermitteln, wird im Folgenden das Problem des Jahres 2022 dargestellt (Abb. 1).



Abb. 1. https://immchallenge.org/Contests/2022/2022_IMMC_Problem.pdf

Aus Deutschland nahmen 2022 vier Teams teil. Die beiden Teams, deren Lösungen – nach einer nationalen Jury-Bewertung – in die internationale Ausscheidungsrounde weitergegeben wurden, wurden mit „Honorable Mention“ bewertet.

2.1 Die Problemstellung

Im Jahr 2022 waren die Schüler/innen aufgefordert, sich mit dem Ein- und Ausstiegsprozess bei einem Passagierflugzeug mathematisch auseinanderzusetzen. Sie mussten dazu zunächst ein anpassungsfähiges mathematisches Modell entwickeln, das Ein- und Ausstiegszeiten unter Berücksichtigung verschiedener Verfahren, unterschiedlicher Handgepäckmengen und abweichenden Passagierverhaltens berechnet. Dieses Modell sollten sie auf unterschiedliche Boarding-Methoden (zufälliges Boarding, Boarding nach Sektionen (Bug, Mitte, Heck in variabler Reihenfolge) und Boarding nach Sitzreihenfolge (Fenster, Mittel, Gang)) anwenden und die mittlere, maximale und minimale Boarding-Zeit vergleichen. Auch die Auswirkungen des Verhaltens von Passagieren, die die Vorgaben ignorieren, und schwankender Handgepäckmengen mussten vergleichend analysiert werden.

In einem weiteren Schritt mussten die Situation simuliert werden, in der alle Passagiere ihr Gepäck ausschließlich in den Overhead-Bins verstauen, und darauf aufbauend zwei zusätzliche Boardingmethoden entwickelt und mit den bisherigen verglichen werden, um eine begründete Wahl für die insgesamt effektivste Variante zu treffen. Basierend auf diesen Erkenntnissen mussten darüber hinaus ein optimales Ausstiegsvorhaben abgeleitet werden und zur Generalisierung des Modells dieses auf andere Flugzeugtypen angepasst werden. Die damalige Pandemielage adressierend, waren die Schüler/innen außerdem aufgefordert, zu untersuchen, wie sich reduzierte Passagierzahlen von 70%, 50% und 30% auf die Wirksamkeit der vorgeschlagenen Methoden auswirken.

2.2 Überblick über die gewählten Vorgehensweisen auf internationaler Ebene

Die teilnehmenden Teams entwickelten unterschiedliche Vorgehensweisen. In einem ersten Schritt stellten sie zunächst

sicher, dass die Geometrie des Schmalrumpfflugzeugs in ihrem Modell exakt abgebildet war. Anschließend setzte ein Großteil der Gruppen das Modell in Monte-Carlo-Simulationen ein, um die Einsteigezeiten verschiedener Verfahren zu ermitteln: sie verglichen ein zufälliges (unstrukturiertes) Boarding, ein sektionsweises Boarding sowie ein boardingplatzweises Verfahren. Gleichzeitig untersuchten sie, wie sich Abweichungen vom vorgesehenen Ablauf – also der Anteil an Passagieren, die sich nicht an die Regeln halten – sowie die Anzahl und Vielfalt der Handgepäckstücke auf die Gesamtzeit auswirken. Darüber hinaus berechneten sie, wie in der Aufgabenstellung gefordert, die Einsteigezeiten für zwei weitere, individuell gewählte Boarding-Methoden. Auf Basis aller fünf Varianten sprachen die Teams schließlich eine Empfehlung für die effizienteste Boarding-Strategie aus und gaben zudem eine Empfehlung für das optimale Ausstiegsvorhaben.

Im zweiten Schritt der Aufgabenstellung passten die Teams ihre Modelle so an, dass sie die Geometrien zweier weiterer Flugzeugtypen abbildeten. Für ein „Flying-Wing“-Modell, also einen Nurflügler, d.h. ein Flugzeug ohne separaten Rumpf, sowie für ein Flugzeug mit zwei Eingängen und zwei Gängen führten sie neue Simulationen durch und werteten die Daten aus. Darüber hinaus erweiterten sie ihre Modelle um variable Kapazitätsbegrenzungen, um nachzuvollziehen, wie sich Boarding und Ausstieg verhalten, wenn nur noch 70 %, 50 % beziehungsweise 30 % der Sitzplätze belegt sind. Ein zentraler Bestandteil ihrer Arbeit war die Sensitivitätsanalyse: Damit prüften sie, wie empfindlich die Simulationsergebnisse auf Änderungen einzelner Parameter reagieren. Hierfür setzten die Teams verschiedene Methoden ein, führten teils auch eine Fehleranalyse durch und diskutierten in ihren Berichten ausführlich die Stärken und Schwächen der gewählten Modellansätze. Auf Basis der gewonnenen Erkenntnisse formulierten sie Empfehlungen zum effizientesten Ein- und Aussteigen von Passagieren und deren Handgepäck. Abschließend dokumentierten sie alle verwendeten Ressourcen und gaben eine vollständige Liste ihrer Quellen an.

In den besten Arbeiten fanden sich eine Reihe innovativer Methoden und realistischer Annahmen, die den Boarding- und Ausstiegsprozess äußerst präzise abbildeten: So gliederten die besten Teams den Einsteigevorgang in zwei Submodelle – ein Warteschlangenmodell und ein Modell für den Gang zum Sitz – und berechneten daraus sowohl die Gesamtzeiten fürs Ein- als auch fürs Aussteigen. Ihre Ansätze waren dabei flexibel genug, um verschiedene vorgeschriebene Boarding- und Ausstiegsprozess ebenso abzubilden wie unterschiedliche Flugzeuggeometrien. Auch die Zahl der Handgepäckstücke pro Passagier ließ sich variabel einstellen, und Passagiere, die bewusst gegen Regeln verstößen, wurden ebenso berücksichtigt.

Um verschiedene Boarding-Methoden realistisch zu simulieren, veränderten die Teams die Reihenfolge der Passagiere in der Warteschlange und untersuchten Faktoren wie individuelle Gehgeschwindigkeiten. In den Simulationen bewegte sich jeder Passagier in diskreten Zeitschritten von einer Zelle zur nächsten, und die Rechnerläufe wurden jeweils 1.000-mal wiederholt, um aussagekräftige Ergebnisse zu erhalten. Mittels Sensi-

tivitätsanalysen prüften die Teams, wie sich unterschiedliche Anteile von Regelbrechern – etwa verspätete Fluggäste oder jene, die die Schlange überspringen – sowie verschiedene Handgepäckmengen auf das Gesamtergebnis auswirken. Einige Gruppen entwickelten zudem eine festgelegte Einstiegsreihenfolge nach Sitzpositionen (Fenster, Mitte, Gang) oder ließen Reisegruppen wie Familien geschlossen einsteigen, während in anderen Modellen der Gang blockiert war, sobald ein Passagier sein Gepäck in der Gepäckablage verstaute.

Grafische Darstellungen der Monte-Carlo-Durchläufe erleichterten es, die Geometrie verschiedener Flugzeugtypen und den Passagierfluss anschaulich nachzuvollziehen. In allen Modellen wurde angenommen, dass sich Passagiere an Bord rational verhalten und einem vordefinierten Weg zu ihrem Platz folgen. Schließlich bewerteten die Teams die Komplexität ihrer Boarding-Methoden: Je komplizierter das Verfahren, desto höher die Wahrscheinlichkeit, dass Reisende frustriert werden und bewusst gegen Vorgaben verstößen. Unter realistischen Bedingungen – also mit einem angemessenen Prozentsatz unkooperativer Passagiere – wählten viele Teams auf diese Weise praktikable und robuste Verfahren und schieden hochkomplexe, aber in der Praxis brüchige Methoden aus. Die Lösung einer Schülergruppe aus Neuseeland ist im Internet veröffentlicht (Abb. 2).



Abb. 2. https://immchallenge.org/Contests/2022/papers/2022_IMMC.pdf

2.3 Konkretes Vorgehen – deutsches Team mit Honorable Auszeichnung

Der Darstellung des Teams des Gymnasium Lerchenfeld (Jahrgangsstufe 11) in Hamburg mit ihrem Team Advisor SEBASTIAN ZANDER ist zu entnehmen, dass sie zunächst ein Modell für die Bestimmung der Ein- und Ausstiegzeit entwickelten, bei dem sie sich bewusst waren, dass sie keinerlei Störfaktoren berücksichtigen. Basierend auf diesem integrierten sie nacheinander Störfaktoren wie das Handgepäck, sich nicht regelkonform verhaltende Passagiere sowie blockierte Plätze und entwarfen drei verschiedene Vorgehensweisen: Back-to-Front-Boarding, zufällige Reihenfolge und Boarding in Gruppen, um schließlich auch andere Flugzeugtypen hinzuzuziehen.

Aus der Darstellung ihrer Lösungsideen wird deutlich, dass sie nicht nur selbstständig Symbole der mathematischen Fachsprache nutzen, die nicht im Schulcurriculum verpflichtend vorgesehen sind, sondern auch Funktionen mehrerer Veränderlicher. Darüber hinaus setzten sie ihre Ideen in Python um und simulierten so die benötigten Zeiten.

2.4 Reflexion eines Schülers

„Die Teilnahme am IM²C ergab sich für uns praktisch aus einer Fortsetzung unserer bisherigen Wettbewerbserfahrung: Nachdem wir im PlaNeT SimTech-Wettbewerb (<https://www.planet-simtech.de/>) bereits gute Ergebnisse erzielt hatten, reizte uns auch der Mathefokus des IM²C. Unser Mathematiklehrer machte uns auf diese Gelegenheit aufmerksam, und da wir als Gruppe Spaß an kniffligen, teils physiknahen Aufgaben haben, meldeten wir uns an.“

In der Vorbereitung fühlten wir uns grundsätzlich fit für problemorientierte Aufgaben – solche Formate kannten wir bereits. Gleichzeitig wurde aber schnell klar, dass das IM²C weit darüberhinausgehende mathematische Konzepte verlangte. Anders als bei Wettbewerben, bei denen oft vorhandenes Wissen kreativ angewandt wird, mussten wir uns hier zusätzliche Theorien und Methoden aneignen. Das bedeutete zwar Mehraufwand, bereicherte uns aber um neue Denkwege.

Während der Wettbewerbsphase stießen wir immer wieder an unsere Grenzen. Es gab Momente, in denen wir kurz vorm Aufgaben standen, weil die Aufgaben unsere aktuellen Fähigkeiten komplett forderten. Trotzdem half uns unser Zusammenhalt als Team: Durch intensives Recherchieren, Ausprobieren und Nachrechnen fanden wir schließlich doch Lösungsansätze. Gerade dieser Prozess hat uns gezeigt, wie wichtig Durchhaltevermögen und systematische Herangehensweise sind.

Organisatorisch lief alles reibungslos. Wir wurden vom regulären Unterricht freigestellt und erhielten einen eigenen Raum an der Schule, in dem wir ungestört arbeiten konnten. Einziger kleiner Kritikpunkt: Die Aufgaben hätten aus unserer Sicht mehr Spielraum für kreative Lösungswege bieten können. Die vorgegebenen Leitlinien wirkten mitunter etwas eng.

Rückblickend hat das IM²C unseren weiteren Schulverlauf und unsere Studienwahl nicht maßgeblich beeinflusst, da bei jedem von uns bereits ein starkes Interesse an Mathematik und Naturwissenschaften vorhanden war. Unseren Studiengang (Maschinenbau) hatten wir jedenfalls längst fest im Blick. Persönlich nehme ich vor allem die Erfahrung mit, wie man in einem Team organisiert und strukturiert an sehr anspruchsvolle Probleme herangeht. Dieses Know-how schätze ich weit über den Wettbewerb hinaus.

Für künftige Teilnehmende haben wir zwei Ratschläge: Erstens, lasst euch nicht von der anfänglichen Komplexität abschrecken – mit klugem Denken und dem Willen, auch kleine Teillösungen als Erfolg zu feiern, kommt man sehr weit. Und zweitens: Nutzt jeden Misserfolg als Impuls, tiefer zu recherchieren und euren Horizont in neuen mathematischen Methoden zu erweitern.“

3 Zusammenfassende Überlegungen

Die Teilnahme an der IM²C bietet Schüler/inne/n vielfältige Chancen, die weit über den Mathematikunterricht hinausreichen.

Sie erleben, dass Mathematik nicht nur aus abstrakten Formeln besteht, sondern ein wirksames Werkzeug ist, um komplexe gesellschaftliche, ökologische und ökonomische Probleme zu analysieren und zu lösen. Dadurch fördert der Wettbewerb systemisches Denken, kritische Reflexion und Problemlösekompetenz. Darüber hinaus verlangt die IM²C interdisziplinäres Arbeiten: Die Teams müssen Wissen aus verschiedenen Fächern wie Naturwissenschaften, Geografie, Informatik oder Sozialwissenschaften einbeziehen und lernen so, unterschiedliche Perspektiven miteinander zu verbinden. Gleichzeitig steht die Teamarbeit im Mittelpunkt. Schüler/innen üben, Aufgaben zu verteilen, Ergebnisse zu diskutieren und ihre Lösungen gemeinsam zu präsentieren – Fähigkeiten, die in Studium und Beruf von zentraler Bedeutung sind.

Ein weiterer Vorteil liegt in der Selbstständigkeit und Kreativität, die der Wettbewerb erfordert. Da es keine vorgefertigten Lösungswege gibt, entwickeln die Teams eigene Modelle, begründen Annahmen und suchen nach innovativen Ansätzen. Auf diese Weise werden Eigeninitiative und wissenschaftliches Denken gestärkt. Hinzu kommt die internationale Dimension: Die IM²C ist ein weltweiter Wettbewerb, der den Schüler/inne/n das Gefühl vermittelt, Teil einer globalen Community zu sein, und ihnen die Möglichkeit bietet, ihre Fähigkeiten im internationalen Vergleich unter Beweis zu stellen.

Nicht zuletzt eröffnet die Teilnahme auch Perspektiven für die Zukunft. Erfahrungen im mathematischen Modellieren sind ein wertvoller Pluspunkt für Bewerbungen in MINT-Studiengängen und Berufen, da sie Problemlösekompetenz, analytisches Denken und Teamfähigkeit sichtbar machen. So verbindet die IM²C fachliches Lernen mit realen Fragestellungen und zeigt eindrucksvoll, wie Mathematik als gestaltende Kraft genutzt werden kann.

Um am Wettbewerb teilnehmen zu können, können sich interessierte Schulen bzw. die Team Advisor gerne bei der Autorin bzw. dem Autor dieses Beitrags melden. Weitere aktuelle Informationen finden sich auf der nationalen (<https://immchallenge.de>) sowie auf der internationalen Website (<https://immchallenge.org>) des Wettbewerbs.

Prof. Dr. KATRIN VORHÖLTER, katrin.vorhoelter@tu-braunschweig.de, ist Professorin Mathematikdidaktik und Elementarmathematik an der Technischen Universität Braunschweig.

Prof. Dr. HANS-STEFAN SILLER, hans-stefan.siller@uni-wuerzburg.de, ist Inhaber des Lehrstuhls für Mathematik V – Didaktik der Mathematik an der Julius-Maximilians-Universität Würzburg. ■