

Folgen: Das Newton-Verfahren

Die Bestimmung von Nullstellen komplizierter Funktionen, wie sie in vielen Naturwissenschaften oder Ingenieurwissenschaften auftauchen, ist oft nicht mit algebraischen Methoden möglich. Man muss dann auf Näherungsverfahren zurückgreifen.



Wie kann man Nullstellen einer komplizierten Funktion bestimmen?

Öffnen Sie das [Video](#)¹.

Aufgabe 1: Schauen Sie das Kapitel „Intro“ sowie „Roots of polynomials“ (0:00 – 5:55) und pausieren Sie dann. Erklären Sie in eigenen Worten, weshalb im Beispiel der Füllung von Pixeln in Computertexten die Berechnung von Nullstellen essenziell ist. Gehen Sie dabei insbesondere darauf ein, welche Bedeutung den Funktionswerten sowie der Suche nach Nullstellen im Sachkontext zukommt.

Aufgabe 2: Setzen Sie das Video (mit dem Kapitel „Newton’s method“) fort und pausieren Sie an der Stelle 6:49. Beantworten Sie anschließend die im Video gestellte Frage selbstständig, ohne weiter zu schauen.

- Geben Sie einen entsprechenden Term für die im Video gestellte Frage zunächst in Worten und dann mit Symbolen bzw. als Formel an.
- Wie kann man diesen Term nutzen, um eine verbesserte Schätzung x_1 zu erhalten?
- Setzen Sie das Video fort und überprüfen Sie Ihre Antworten aus Teilaufgabe a) und b) mithilfe der Lösung im Video. Markieren Sie, an welchen Stellen sich Ihre Antwort von der im Video unterscheidet. Schauen Sie anschließend das Video bis zum Zeitpunkt 9:45.
- Erläutern Sie den Zusammenhang zwischen dem Newton-Verfahren und dem Folgenbegriff.

Zum Abschluss wurde das Konvergenzverhalten des Newton-Verfahrens thematisiert. Dieses wollen wir nun noch genauer betrachten. Öffnen Sie hierzu das [Applet](#) „Newton-Verfahren“². Sie können darin beliebige Funktionsterme sowie Anfangswerte eingeben. Zudem können Sie mit dem Button „Nächster Newton-Schritt“ die Folge fortsetzen. Sobald sich zwei aufeinanderfolgende Folgenglieder um weniger als zwei Nachkommastellen unterscheiden, erscheint ein grüner Haken.

¹ Es sind u.a. englische und deutsche Untertitel verfügbar. Diese können über das Zahnrad-Symbol eingestellt werden.

² Häußler, G. (o.J.): Newton-Verfahren [interaktives Applet]. <https://www.geogebra.org/m/yxvzujuk9>.

Aufgabe 3: Wir wollen die Nullstelle für das Polynom mit dem Funktionsterm $x^3 - 2x + 2$ finden.

- a) Ermitteln Sie mit Hilfe des Applets die Nullstelle des Polynoms $x^3 - 2x + 2$ auf zwei Nachkommastellen genau.
- b) Geben Sie einen Anfangswert an, für den das Newton-Verfahren für obiges Polynom nicht gegen dessen Nullstelle konvergiert. Begründen Sie, weshalb die Schätzwerte des Newton-Verfahrens für die Nullstelle in diesem Fall niemals gegen die Nullstelle konvergieren werden.

