

Dynamische Erarbeitung von Taylorpolynomen

Taylorpolynome werden verwendet, um komplizierte Funktionen in der Nähe eines bestimmten Punktes – der sogenannten Entwicklungsstelle – durch Polynome zu approximieren, mit denen man leichter und einfacher umgehen kann. Sie bieten damit in der Praxis die Möglichkeit, Näherungen von Funktionen zu bestimmen und zu verwenden, was zum Beispiel in der Physik und im Ingenieurwesen weit verbreitet ist.

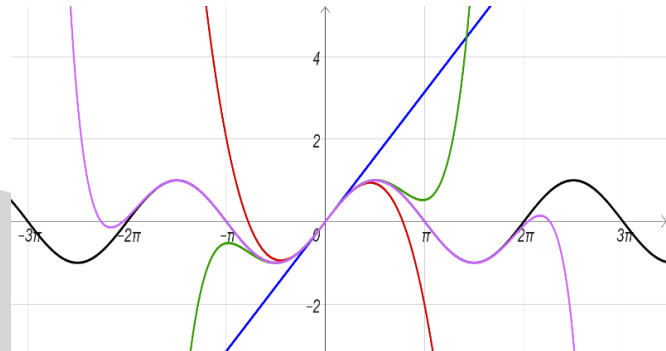


Abbildung 1: Taylorpolynome der Sinusfunktion (schwarz) verschiedener Grade an der Entwicklungsstelle $x_0 = 0$.



Was sind Taylorpolynome und wie verhalten sich diese?

Öffnen Sie das GeoGebra-[Applet](#) „Taylorpolynome“.¹

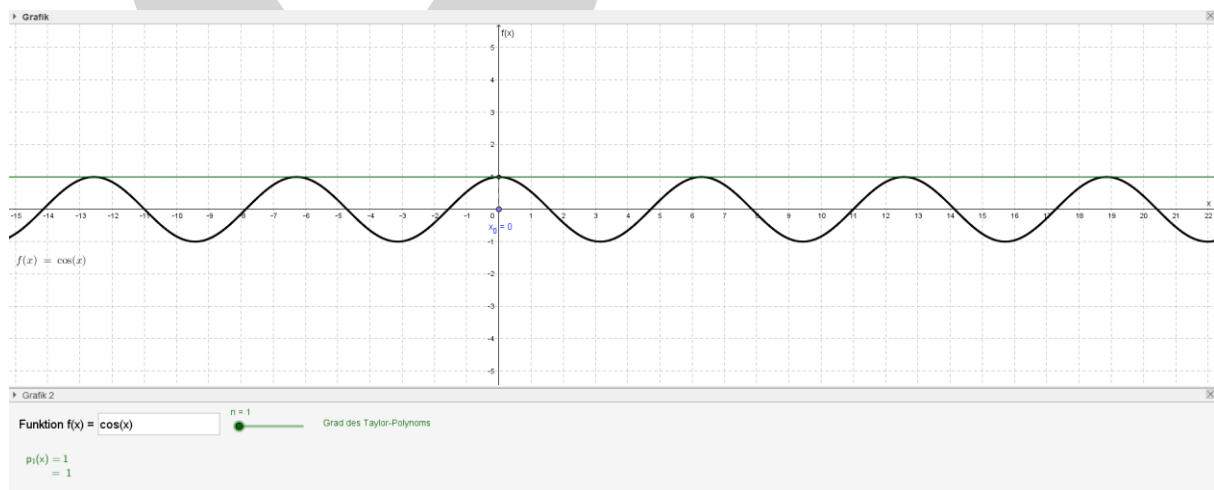


Abbildung 2: GeoGebra-Applet "Taylorpolynome"

Wir wollen zunächst untersuchen, wie sich eine Änderung der Entwicklungsstelle (Punkt x_0 im Applet) auf das Verhalten von Taylorpolynomen auswirkt und werden dabei Bezüge zu anderen Begriffen aus der Analysis entdecken.

Aufgabe 1: Stellen Sie den Schieberegler auf $n = 1$. Verändern Sie nun die Entwicklungsstelle x_0 , indem sie den blauen Punkt auf der x -Achse bewegen.

- Beschreiben Sie begründet in Worten, wie der grüne und schwarze Graph dabei zueinander im Verhältnis stehen.
- Welches mathematische Objekt aus der Differentialrechnung stellt die grüne Gerade dar?

¹ Lindner, A. (o.J.): Taylorpolynome [interaktives Applet]. <https://www.geogebra.org/m/CARd6jnt>

Aufgabe 2: Verändern Sie mit dem Schieberegler den Grad n des in Abbildung 2 grün dargestellten Polynoms ohne dabei x_0 zu ändern. Beschreiben Sie begründet in Worten ...

- a) ... welche Funktionen der grüne und schwarze Graph jeweils darstellen.
- b) ... wie sich der grüne Graph in Abhängigkeit von n verändert und insbesondere, wie dieser dabei mit dem schwarzen Graph im Verhältnis steht.
- c) ... wie sich der Funktionsterm $p_n(x)$ des grünen Graphen, der im Applet angezeigt wird, in Abhängigkeit von n verändert. Geben Sie ausgehend davon einen Funktionsterm für $p_n(x)$ an.
- d) ... welches Verhalten Sie für den grünen Graphen sowie für den Funktionsterm $p_n(x)$ für $n \rightarrow \infty$ erwarten.

