

Regression – CO₂-Budget

– Lösungshinweis –



Leiten Sie ausgehend von den Datensätzen in „Datensätze Temperatur und CO₂.xlsx“¹ ab, wie viel CO₂ noch ausgestoßen werden darf, um das 1,5°C Ziel einzuhalten.

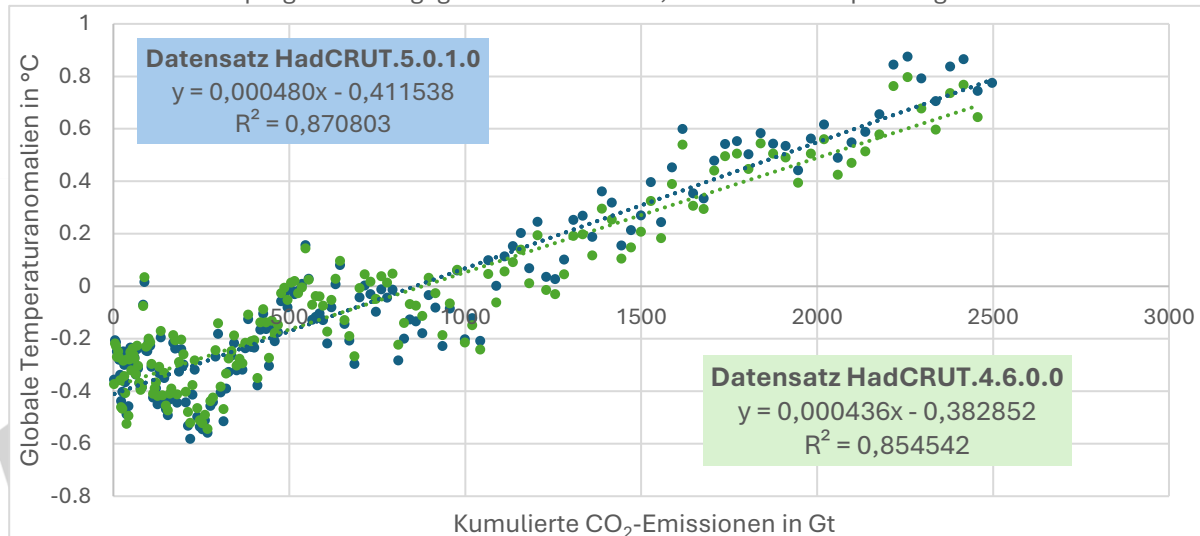
Hinweis: Die Daten finden Sie unter

<https://www.mathematik.uni-wuerzburg.de/fileadmin/10040500/2025/Klima.zip>

Hinweis 1: Das Ziel der Regression ist es primär, eine Vorhersage zu machen (prognostische Analyse).

Die 1,5-Grad-Marke bezieht sich auf den Unterschied der Temperaturanomalie zum vorindustriellen Zeitalter. Zu ermitteln ist also das sogenannte „CO₂-Budget“, das uns auf der Erde noch zur Verfügung steht. Ausgangspunkt hierfür bildet ein Datensatz mit den kumulierten CO₂-Emissionen sowie zwei verschiedenen Versionen der kumulierten CO₂-Emissionen seit 1850.

Mithilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms werden die Daten in einem Streudiagramm dargestellt und eine lineare Trendlinie eingefügt. Neben der graphischen Überprüfung der Passung der Trendlinie zu den Datenpunkten bestätigt auch das Bestimmtheitsmaß von $R^2 \approx 0,87$, welches direkt vom Tabellenkalkulationsprogramm ausgegeben werden kann, die Güte der Anpassung.



Die Steigung der Regressionsgeraden multipliziert mit 1000 – also 0,48 bzw. 0,44 – entspricht nun in etwa dem Temperaturanstieg pro 1000 Gt ausgestoßenem CO₂. Dieser Wert liegt im vom IPCC angegebenen Bereich der Temperaturerhöhung von 0,27 - 0,63 °C.

Die Menge CO₂, die ausgestoßen werden darf, ergibt sich durch:

$$\frac{1,5^\circ\text{C}}{\frac{\Delta T}{1000} \text{ GtCO}_2}$$

Eine Temperaturerhöhung von 1,5 Grad wird somit für 3125 Gt bzw. 3409 Gt emittiertem CO₂ erreicht.

Aus den Daten entnimmt man, dass bis 2023 schon 2498 Gt CO₂ ausgestoßen wurden, weshalb noch 627 Gt bzw. 911 Gt CO₂ ausgestoßen werden dürfen, um das 1,5 Grad Ziel zu erreichen.

¹ CO₂-Emissionen: Integrated Carbon Observation System: <https://www.icos-cp.eu/>

Temperaturanomalien:

<https://www.metoffice.gov.uk/hadobs/hadcrut4/data/current/download.html>

<https://www.metoffice.gov.uk/hadobs/hadcrut5/data/HadCRUT.5.0.1.0/download.html>

Hinweis: Die CO₂-Menge, die noch ausgestoßen werden darf, kann auch direkt über die Regressionsgleichung erfolgen. Hierbei muss jedoch beachtet werden, dass die Datensätze sich auf den Bezugszeitraum vom 1961-1990 beziehen, das 1,5°C jedoch auf die vorindustrielle Zeit, also 1850. Folglich muss die Regressionsgleichung um die Differenz 0,3730°C bzw. 0,3553°C korrigiert werden.

HadCRUT.4.6.0.0	HadCRUT.5.0.1.0
$0,00044 \frac{Gt}{^{\circ}C} x - 0,382852^{\circ}C = 1,5^{\circ}C - 0,3730^{\circ}C$ $0,00044 \frac{Gt}{^{\circ}C} x - 0,382852^{\circ}C = 1,1270^{\circ}C$ $0,00044x = 1,50958^{\circ}C$ $x = 3431,48 Gt$	$0,00048 \frac{Gt}{^{\circ}C} x - 0,411538^{\circ}C = 1,5^{\circ}C - 0,3553^{\circ}C$ $0,00048 \frac{Gt}{^{\circ}C} x - 0,411538^{\circ}C = 1,1447^{\circ}C$ $0,00048x = 1,55628^{\circ}C$ $x = 3242,16 Gt$

Hinweis 2: Bereits die Übertragung der Daten von einer tabellarischen in eine graphische Darstellungsform kann eine Hürde für die Lernenden darstellen. Jedoch kann die Vorgabe, eine Regressionsanalyse mithilfe des Tabellenkalkulationsprogramms durchzuführen, die Mathematik als Werkzeug in den Vordergrund stellen und die zugrundeliegenden Überlegungen der Lernenden bei der Modellierung vorwegnehmen.

Hinweis 3: Eine Erprobung der Lerneinheit hat gezeigt, dass Lernende dazu tendieren, die Daten nicht zu visualisieren und einfach eine Geradengleichung auf Basis von einem oder zwei Punkten aus dem Datensatz aufzustellen (mithilfe der aus der Analysis bekannten Formel). Anhand der graphischen Darstellung kann verdeutlicht werden, dass diese Methode nicht (notwendigerweise) zu einer Gerade führt, die die Daten gut repräsentiert. Zudem sollte klar gemacht werden, dass zunächst graphisch überprüft werden muss, ob ein lineares Modell überhaupt zu den Daten „passt“ (oder ob sich ein anderer Funktionstyp besser eignet). Rechnerisch überprüft man die Passung anschließend mit dem Bestimmtheitsmaß.

Hinweis 4: Es sollte im Anschluss an die Berechnung deutlich gemacht werden, dass es sich bei dem Ergebnis lediglich um eine Prognose handelt, welche mit Unsicherheiten behaftet ist.

