

Stefanie ANZENHOFER, Würzburg

## Musikalische Graphen im fächerübergreifenden Mathematik- und Musikunterricht

Ausgangspunkt dieses fächerübergreifenden Ansatzes für den Mathematik- und Musikunterricht sind graphische Darstellungen aus beiden Bereichen, die wechselseitig analysiert und interpretiert werden sollen.

Im *Mathematikunterricht* haben das Verständnis und die Fähigkeit Graphen zu interpretieren beim Umgang mit Funktionen und Relationen eine große Bedeutung. Mit ihrer Hilfe lassen sich Beziehungen und Abhängigkeiten klassifizieren sowie Veränderungen qualitativ und quantitativ erfassen. Für Lernende bilden diese Darstellungen einen Zugang zum Verständnis dieser Begriffe, sind aber auch Werkzeuge beim Problemlösen und für den Begriffserwerb. Dennoch ist hinlänglich bekannt, dass Schülerinnen und Schüler Schwierigkeiten beim Lesen und Interpretieren von Graphen haben.

Im *Musikunterricht* zählt Musik lesen und notieren zu den Grundkompetenzen im Musikunterricht<sup>1</sup>, da die Notenschrift einerseits einen Zugang zu eigenständigem Musizieren bietet, andererseits eine Hilfe beim Hören, Interpretieren und Analysieren von Kompositionen darstellt.

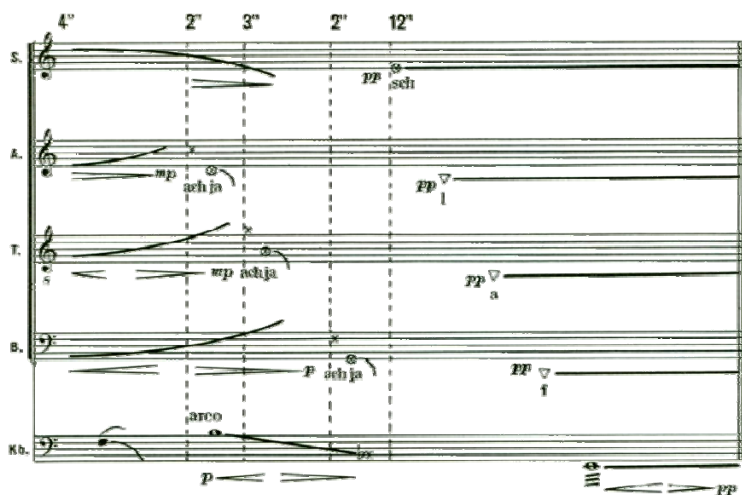


Abb. 1 Ausschnitt aus dem Phlegmatiker (Die vier Temperamente op. 81) von Heinz Kratochwil

Im Laufe der Musikgeschichte entstanden unterschiedliche Notationsformen aus Kompositions- und Weitergabegründen. Seit Mitte des 20. Jahrhunderts entwickelten Musiker aufgrund neuer klanglicher und kompositorischer Anforderungen verschiedenste graphische Notationen, bei denen graphische Elemente die Standardnotation komplett ersetzen oder diese erweitern. Wie im Beispiel von Heinz Kratochwil ersichtlich (siehe Abb. 1) wird, können gewisse Ähnlichkeiten zu Funktions- oder Relationsgraphen auftreten.

<sup>1</sup> Wenn in diesem Artikel von Grundkompetenzen im Musikunterricht gesprochen wird, so erfolgt dies mit Bezug auf Jank (2005).

Ein Zugang zur Neuen Musik des 20. Jahrhunderts und den dazu gehörenden graphischen Notationen bleibt Schülerinnen und Schülern aufgrund der Komplexität dieser Musik jedoch meist verwehrt [vgl. Ditter-Stolz 1999, Nimczik 2005].

Durch eine Interpretation von mathematischen Graphen als Zeit-Tonhöhen-Diagramme können diese mathematischen Darstellungen mit verschiedenen musikalischen Grundkompetenzen – Musik hören und beschreiben, Musik lesen und notieren, Musik in einen Kontext setzen sowie Musik erfinden – verknüpft werden. Auf diese Weise entstehen *musikalische Graphen*, mit denen folgende Aufgabenfelder verbunden werden können: *Graphen hören, Graphen lesen und schreiben, mit Graphen interpretieren und analysieren* sowie *mit Graphen komponieren*.

Auf diese Weise wird einerseits ein Verständnis für die mit Graphen zusammenhängenden Begriffe sowie eine Unterstützung der Entwicklung der drei Aspekte des funktionalen Denkens [vgl. Vollrath 1989] beabsichtigt; andererseits wird eine Hinführung zu Neuer Musik über den Bezug zu graphischen Notationen angestrebt.

Im Folgenden soll das Arbeiten mit musikalischen Graphen anhand von ausgewählten Beispielen näher erläutert werden. Die Umwandlung der Tonhöhen wird durch das DGS Cinderella<sup>2</sup> ermöglicht.

## 1. Graphen hören

Einen Aufgabentyp beim *Graphen Hören* stellt das Wiedererkennen von Standardfunktionen dar. Nachdem eine eindeutige Zuordnung von Funktionswert und Tonhöhe durch bloßes Hören nicht möglich ist, reicht eine ausschließliche Betrachtung von einzelnen Wertepaaren nicht aus.

Beim Beispiel des Logarithmus  $f(x) = \ln x$  kann die genaue Lage im Koordinatensystem nicht bestimmt werden. Eine genauere Analyse des Änderungsverhaltens erlaubt jedoch die Typisierung dieser Funktion, da ein solches anfangs steiles und dann immer flacher werdendes Wachstum von allen den Schülerinnen und Schülern bekannten Graphen charakteristisch für den Logarithmus ist. In anderen Fällen erweisen sich weitere Eigenschaften als geeignete Identifikatoren. Am Beispiel  $g(x) = \cos(x)$  wird deutlich, dass Charakteristika wie Beschränktheit, Periodizität und Symmetrie ausschlaggebende Faktoren darstellen können.

Aufgrund der andersartigen Zugangsweise zu Funktionsgraphen ergibt sich für Schülerinnen und Schüler folglich die Notwendigkeit das Änderungsverhalten und die Eigenschaften einer Funktion näher zu betrachten und diese Aspekte für ihre Argumentationen zu nutzen. Die Lernenden müssen

---

<sup>2</sup> Alle Dateien finden Sie auf [www.dmuw.de/mitarbeiter/anzenhofer](http://www.dmuw.de/mitarbeiter/anzenhofer).

sich Gemeinsamkeiten und Unterschiede verschiedener Funktionstypen bewusst machen, um beim *Graphen Hören* ihre Wahrnehmung auf diese Gesichtspunkte lenken zu können.

## 2. Mit Graphen Analysieren und Interpretieren

Diese Ähnlichkeit in verschiedenen graphischen Notationsweisen zu Funktionsgraphen bietet die Möglichkeit, Schülerinnen und Schülern diese ihnen unbekannten Notationsformen auf eine ihnen bekannte Weise zu deuten und zu interpretieren. Durch einen Rückgriff auf derartige Musikbeispiele soll einerseits der Einstieg in das praktische Musizieren mit graphischen Notationen erleichtert werden und andererseits die Option geschaffen werden, Funktionsgraphen in anderen Feldern wiederzuerkennen und das dazu gehörende Wissen (Definition von Funktion, Funktionstypen, Änderungsverhalten, Eigenschaften von Funktionen,...) zu übertragen. Hierbei stellt sich die Frage, inwiefern Schülerinnen und Schüler ihr Wissen über Funktionen nutzen, um diese graphischen Notationen musikalisch interpretieren zu können und welches Wissen sie gegebenenfalls aufgreifen.

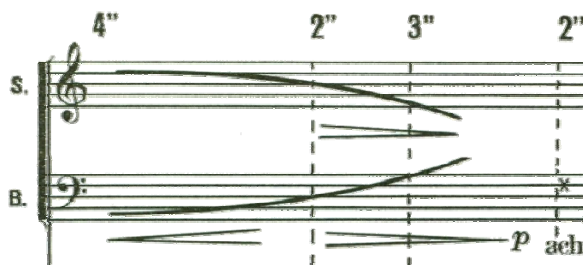


Abb. 2: Ausschnitt aus der Sopran- und Bassstimme aus dem Phlegmatiker

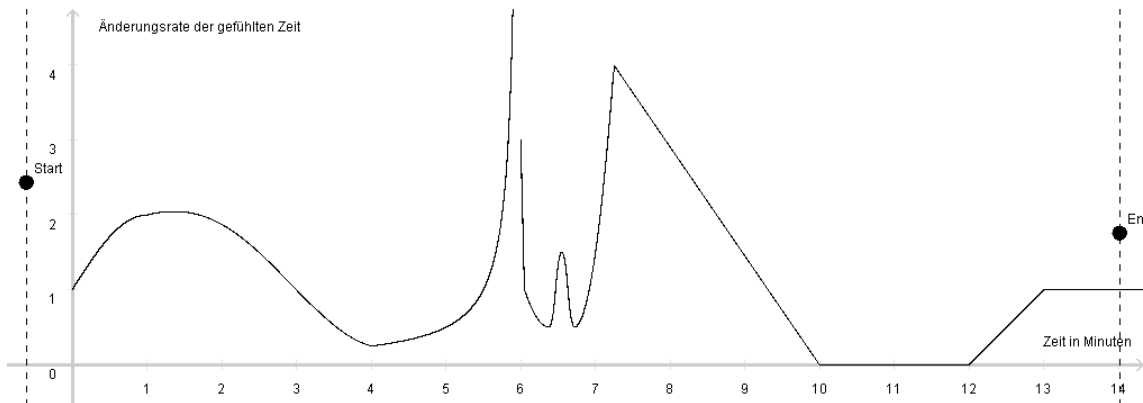
Am Ausschnitt aus dem Phlegmatiker (siehe Abb. 1) lässt sich bei der Bassstimme (siehe Abb. 2) eine Verbindung zu einer Exponentialfunktion erkennen. Demzufolge ist bei der musikalischen Interpretation auf einen kontinuierlichen anfangs langsam dann immer schneller höher werdenden

Klang zu achten. Die Sekundenangaben erfordern zudem eine genaue Zeit-Tonhöhen-Zuordnung. Beim Ensemblesmusizieren ist gar auf eine Beziehung zwischen der Sopran- und Bassstimme zu achten, da der Sopran eine Transformation der Bassstimme darstellt und somit die gleiche Bewegung in der Zeit allerdings in die entgegengesetzte Richtung vollziehen muss.

## 3. Mit Graphen komponieren

Im Mittelpunkt dieses Arbeitsfeldes steht das Entwerfen von Klangcollagen. Ein kreatives Arbeiten mit Graphen wird dahingehend verfolgt, dass die Lernenden Funktionsgraphen entwerfen, mithilfe derer sie Veränderungen in bestimmten Situationen wiedergeben sollen. Der Klang des Funktionsgraphen soll ein Element dieser Klangcollage darstellen; Situationsgeräusche, Klangeffekte, Musik oder Texte sollen die situative Wirkung dieses Moments verstärken. Nach der Definition von Drevdahl (1956) erfüllt diese Aufgabe die Anforderung einer kreativen Tätigkeit.

Am Beispiel der „gefühlten Zeit“ soll diese Arbeitsweise näher ausgeführt werden. In gewissen Situationen, wie bei einem Gesangsauftritt (einige Minuten davor und danach), vergeht die Zeit nach dem Gefühl nicht kontinuierlich. Sie verläuft beispielsweise teils doppelt oder halb so schnell wie in Wirklichkeit. Diese subjektive Wahrnehmung wird nun in einem Funktionsgraphen wiedergegeben (siehe Abb. 3).



**Abb. 3: Graph zur Wiedergabe des Vergehens von gefühlter Zeit**

Der Klang dieses Graphen kann nun beispielsweise mit Alltagsgeräuschen wie Herzschlag oder Applaus, Klangeffekten wie Dynamik-, Klangfarbenveränderung oder Stereoeffekten sowie Musik oder gesprochenem Text untermalt werden, so dass ein *situativer Eindruck des Moments* geschaffen wird. Auf diese Weise stellt das Arbeiten mit Graphen, verknüpft mit musikalischer Ausdrucksfähigkeit, die Basis für kreatives Arbeiten dar.

Diese Beispiele zeigen, dass mithilfe des auditiven Moments und des Einfließens des Kreativitätsaspekts ein anderer Zugang zu Graphen zu erwarten ist.

In einer empirischen Studie in einer 10. Jahrgangsstufe des Gymnasiums (G8) soll dies mit qualitativen Methoden getestet werden.

## Literatur

- Drevdahl, J.E. (1956). Factors of importance for creativity. *Journal of Clinical Psychology*, 12, S. 21-26
- Jank, W. (2005). Aufbauender Musikunterricht. In W. Jank (Hrsg.), *Musik-Didaktik* (S. 92-122). Berlin: Cornelsen-Verlag.
- Kortenkamp, U., Richter-Gebert, J. <http://cinderella.de>, 17.03.2009.
- Kratochwil, H. (1972). Der Phlegmatiker. In H. Kratochwil, *Die vier Temperamente* (S. 1f.). Wien: Verlag Doblinger.
- Nimczik, O. (2005). Neue Musik. In W. Jank (Hrsg.), *Musik-Didaktik* (S. 92-122). Berlin: Cornelsen-Verlag.
- Vollrath, H.-J. (1989). Funktionales Denken. *JMD*, 10, S. 3-37.