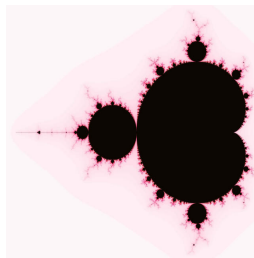
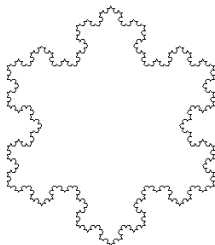


Komplexe Zahlen: Fraktale und Chaos

Oliver Roth

Institut für Mathematik
Universität Würzburg



Lehrerfortbildung "W- und P-Seminare"
Würzburg, 7. Oktober 2009

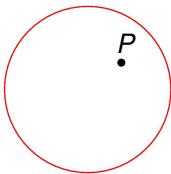
- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen

- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen
 - Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
 - Arithmetik komplexer Zahlen
 - Geometrie komplexer Zahlen
 - Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene

- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen

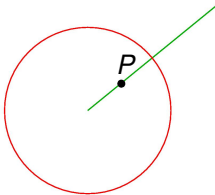
- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien,*)

- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen
 - Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
 - Arithmetik komplexer Zahlen
 - Geometrie komplexer Zahlen
 - Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien,*)



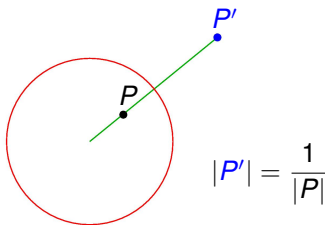
● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien,)



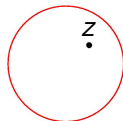
● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien,)

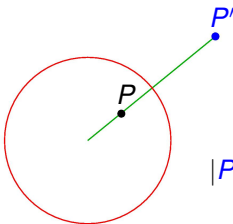


● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien,)



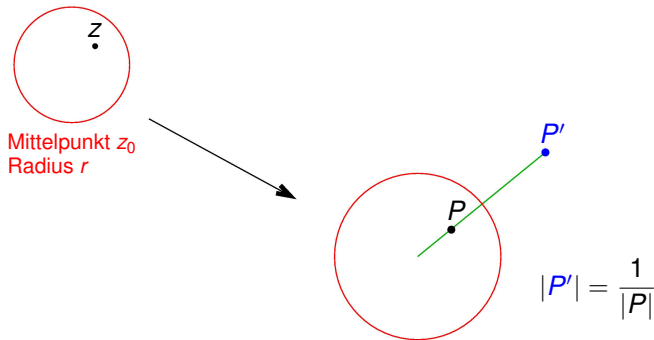
Mittelpunkt z_0
Radius r



$$|P'| = \frac{1}{|P|}$$

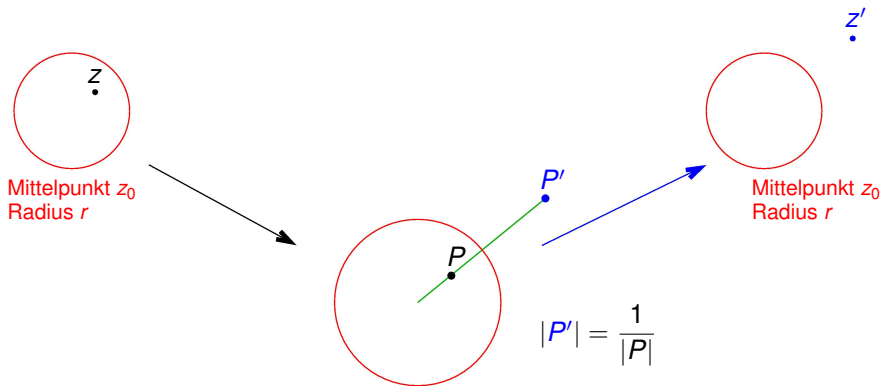
● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien,)



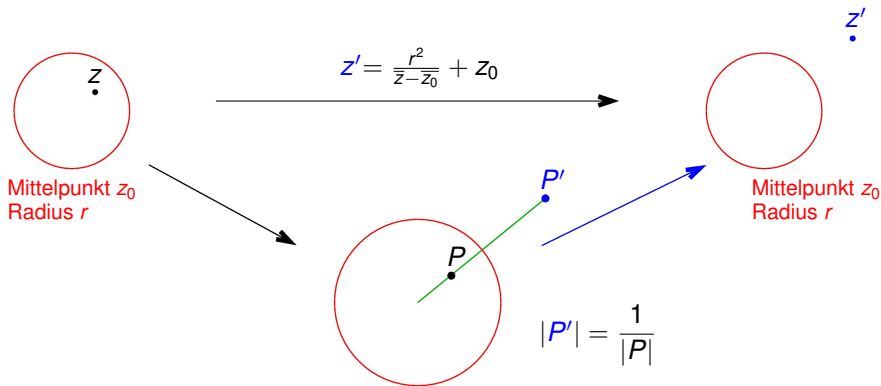
● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien,)



● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

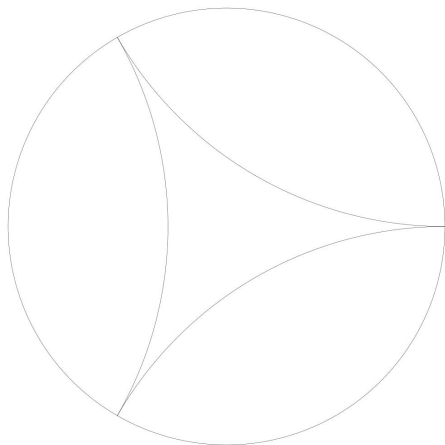
- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)



- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen
 - Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
 - Arithmetik komplexer Zahlen
 - Geometrie komplexer Zahlen
 - Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)

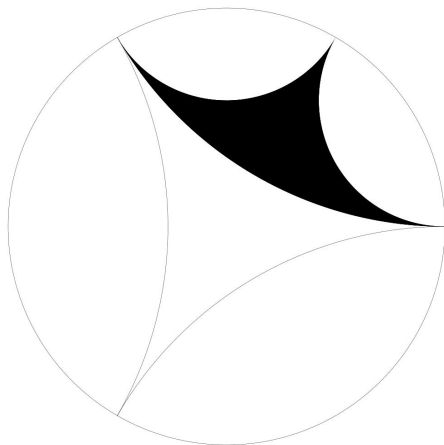
● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)



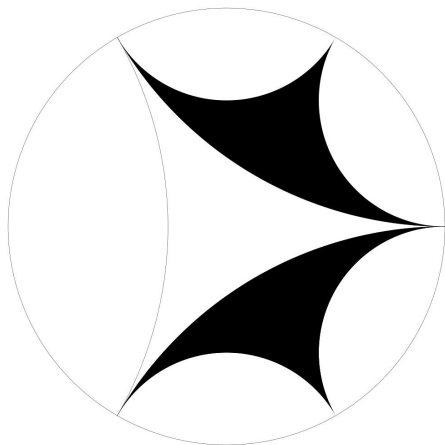
● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)



● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)



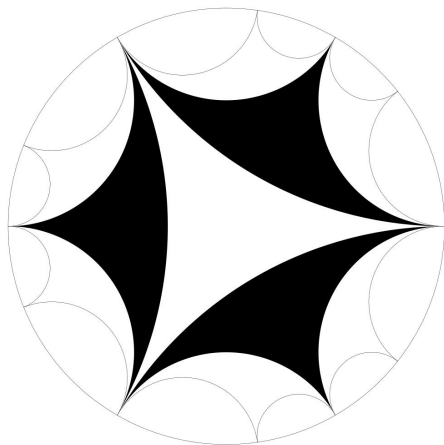
- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)



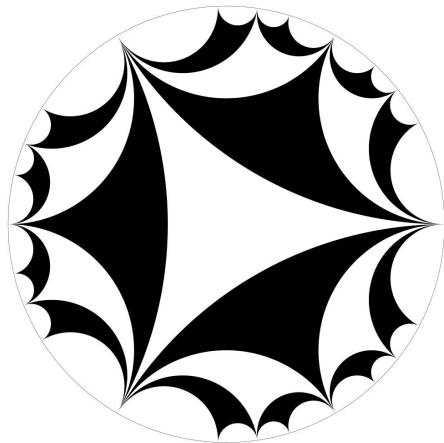
● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)



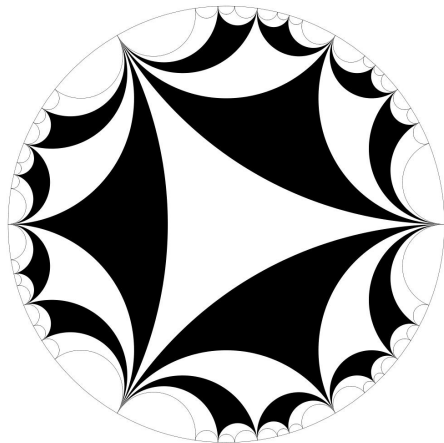
- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)



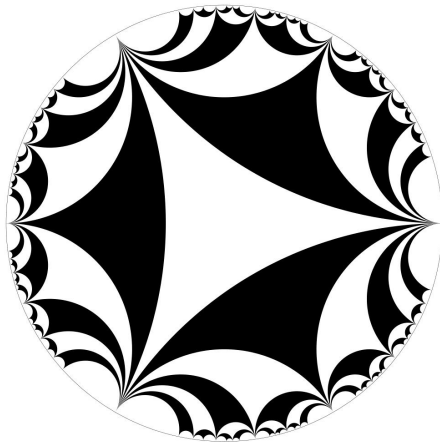
- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)



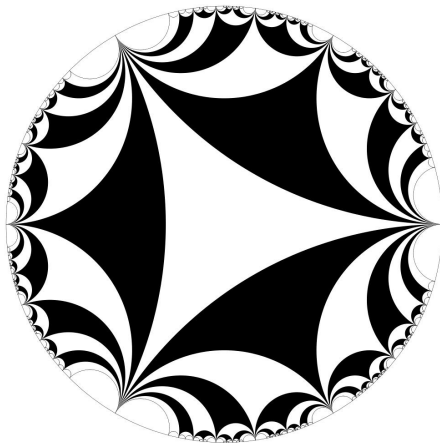
● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)



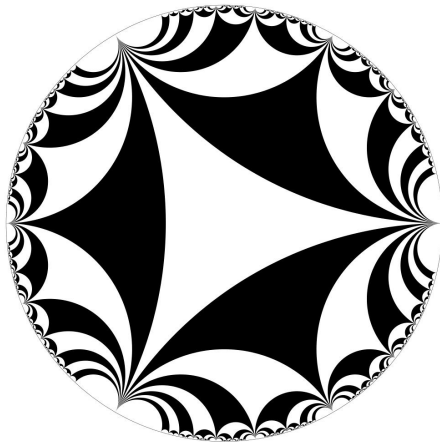
● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)



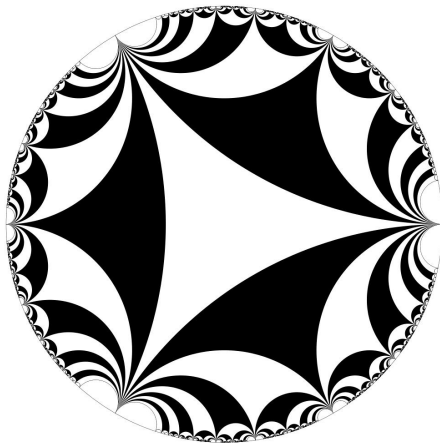
● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)



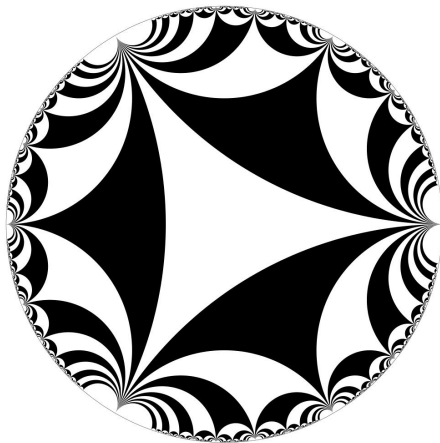
● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)



● Grundlagenphase: Komplexe Zahlen

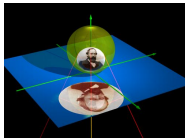
- Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
- Arithmetik komplexer Zahlen
- Geometrie komplexer Zahlen
- Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)



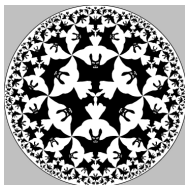
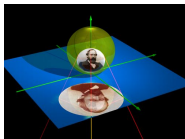
- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen
 - Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
 - Arithmetik komplexer Zahlen
 - Geometrie komplexer Zahlen
 - Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)

- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen
 - Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
 - Arithmetik komplexer Zahlen
 - Geometrie komplexer Zahlen
 - Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)
- **Vortrags– bzw. Facharbeitsphase:** Anwendungen

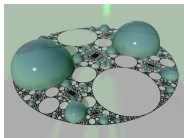
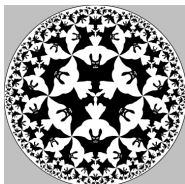
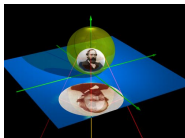
- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen
 - Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
 - Arithmetik komplexer Zahlen
 - Geometrie komplexer Zahlen
 - Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene (*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)
- **Vortrags– bzw. Facharbeitsphase:** Anwendungen
 - Stereographische Projektion



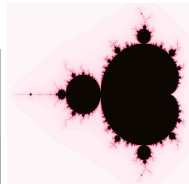
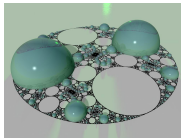
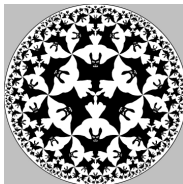
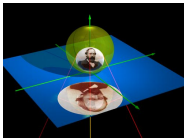
- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen
 - Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
 - Arithmetik komplexer Zahlen
 - Geometrie komplexer Zahlen
 - Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene (*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)
- **Vortrags– bzw. Facharbeitsphase:** Anwendungen
 - Stereographische Projektion
 - Hyperbolische Geometrie und Kunst



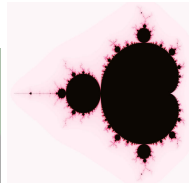
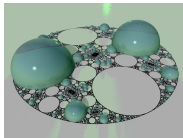
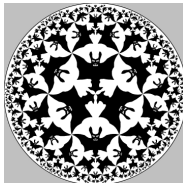
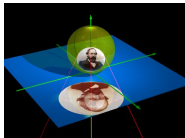
- **Grundlagenphase: Komplexe Zahlen**
 - Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
 - Arithmetik komplexer Zahlen
 - Geometrie komplexer Zahlen
 - Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)
- **Vortrags– bzw. Facharbeitsphase: Anwendungen**
 - Stereographische Projektion
 - Hyperbolische Geometrie und Kunst



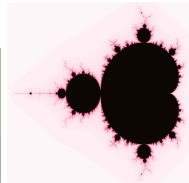
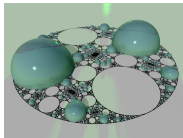
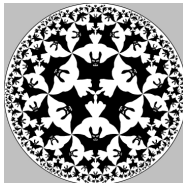
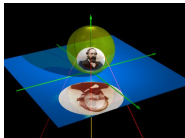
- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen
 - Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
 - Arithmetik komplexer Zahlen
 - Geometrie komplexer Zahlen
 - Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)
- **Vortrags– bzw. Facharbeitsphase:** Anwendungen
 - Stereographische Projektion
 - Hyperbolische Geometrie und Kunst
 - Fraktale und Chaostheorie



- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen
 - Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
 - Arithmetik komplexer Zahlen
 - Geometrie komplexer Zahlen
 - Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene
(*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)
- **Vortrags– bzw. Facharbeitsphase:** Anwendungen
 - Stereographische Projektion
 - Hyperbolische Geometrie und Kunst
 - Fraktale und Chaostheorie
 - Möbiustransformationen und Lorentztransformationen



- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen
 - Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
 - Arithmetik komplexer Zahlen
 - Geometrie komplexer Zahlen
 - Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene (*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)
- **Vortrags– bzw. Facharbeitsphase:** Anwendungen
 - Stereographische Projektion
 - Hyperbolische Geometrie und Kunst
 - Fraktale und Chaostheorie
 - Möbiustransformationen und Lorentztransformationen
 -



- **Grundlagenphase:** Komplexe Zahlen
 - Möglicher Ausgangspunkt: Mitternachtsformel
 - Arithmetik komplexer Zahlen
 - Geometrie komplexer Zahlen
 - Geometrische Konstruktionen als Abbildungen der komplexen Ebene (*Ähnlichkeitstransformationen, Spiegelungen an Geraden bzw. Kreislinien, **Möbiustransformationen***)
- **Vortrags– bzw. Facharbeitsphase:** Anwendungen
 - Stereographische Projektion
 - Hyperbolische Geometrie und Kunst
 - **Fraktale und Chaostheorie**
 - Möbiustransformationen und Lorentztransformationen
 -

