

Andreas BAUER, Würzburg

Einfluss externer multipler und dynamischer Repräsentationen auf Schülerargumentationen

Repräsentationen oder Darstellungen spielen beim Lernen und der Benutzung von Mathematik eine überragende Rolle. Durch Aufkommen neuer Technologien wie Rechnern oder Taschencomputer wurde es nicht nur möglich, auch komplexe Darstellungen per Knopfdruck zu erstellen, sondern die Möglichkeiten der Darstellung um dynamische Repräsentationen zu erweitern.

Wie Ainsworth (2006) darstellt, können multiple Repräsentationen verschiedene Vorteile für Lernende bieten. Nicht nur stellen sie zusätzliche Informationen dar, sondern eröffnen die Möglichkeit, durch andere, passendere Herangehensweisen und Strategien eine mathematische Aufgabe effizienter lösen zu können. Nachteil dieser Art der Repräsentation ist eine erhöhte kognitive Belastung, die mit dem zusätzlichen Informationsangebot einhergeht.

In dieser Arbeit bezeichnen wir eine Repräsentation als multipel, wenn sie mehr als eine Repräsentation des gleichen mathematischen Objekts darstellt. Ansonsten bezeichnen wir diese als isoliert. Ein typisches Beispiel für eine multiple Repräsentation ist die gleichzeitige Darstellung einer Funktion als Gleichung, Tabelle und Graph.

Auch dynamische Repräsentationen bieten Lernenden zusätzliche Informationen, indem sie eine gegebene Repräsentation variierbar machen. Dies bietet insbesondere beim Argumentieren interessante Möglichkeiten, zum Beispiel beim Formulieren von Vermutungen oder dem Erkunden ihrer Allgemeingültigkeit (Bender 1989, S. 129). Wir bezeichnen eine Repräsentation als dynamisch, wenn sich diese über die Zeit verändert (interaktiv oder automatisch). Als Beispiel denke man an einen Funktionsgraphen, dessen Parameter mit Hilfe eines Schiebereglers variiert werden. Auch dynamische Repräsentationen erhöhen die kognitive Auslastung, da die sich verändernden Zustände der Repräsentation im Arbeitsgedächtnis gehalten werden müssen, um ihre Vorteile nutzen zu können (Schnottz 2002).

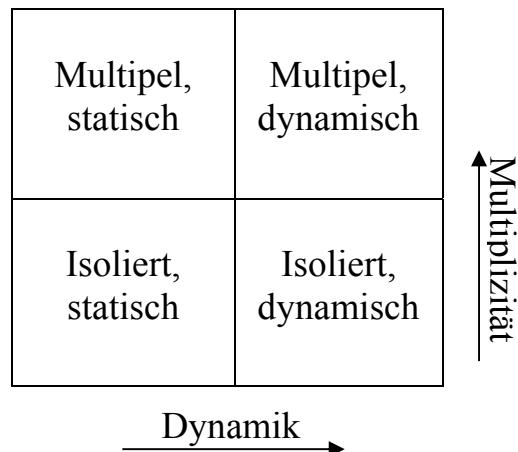


Abb. 1: Taxonomie der Repräsentationen

Forschungsfragen

Während sie potentiell durchaus Vorteile bieten, erschwert die erhöhte kognitive Auslastung die Nutzung von multiplen und dynamischen Repräsentationen. Aus diesem Spannungsverhältnis formulieren wir die Forschungsfragen für diese Arbeit:

- Werden multiple und/oder dynamische Repräsentationen von Schülerinnen und Schülern in ihren Argumentationen genutzt?
- Hat die Repräsentationsart (s. Abbildung 1) der in der Aufgabenstellung gegebenen Repräsentation den größten Einfluss auf die von den Lernenden in ihren Argumentationen angebotenen Repräsentationen (und nicht etwa persönliche Vorlieben)?

Methode

In der empirischen Untersuchung wurden 89 Schülerinnen und Schüler der 11. Jahrgangsstufe aus Würzburg und Umgebung betrachtet. Die Aufgaben wurden ihnen am Computerbildschirm gestellt, so dass sie die gegebene Repräsentation gegebenenfalls variieren konnten. Die Aufgaben wurden jedoch nicht am Rechner, sondern auf dem Blatt gelöst.

Die Aufgaben waren im Bereich der Funktionen angesiedelt, zum Beispiel sollte die Anzahl der Lösungen einer Gleichung erkannt oder den Einfluss von Parametern auf Grapheneigenschaften wie Symmetrie angegeben werden. Die Aufgaben waren innermathematisch, und die Probanden sollten stets Begründungen für ihre Behauptungen angeben. Jeder Proband hatte vier Probleme zu lösen, welche sich aus zwei Paaren analoger Aufgaben zusammensetzten, die jedoch unterschiedlich repräsentiert wurden. So war zum Beispiel Aufgabe A1 als isolierte, statische Repräsentation (ISR) gegeben, während die analoge Aufgabe A3 isoliert, dynamisch (IDR) dargestellt wurde (vgl. Tabelle 1). Diese Anordnung wurde gewählt, um herauszufinden, ob persönliche Vorlieben statt der gegebenen externen Repräsentation den größeren Einfluss hatten.

Ergebnisse

Die erhaltenen Schülerdokumente wurden dahingehend interpretiert und codiert, ob die dargebotenen Äußerungen der Probanden auf dynamische oder multiple *interne* Repräsentationen schließen lassen. Ersteres ist zum Beispiel der Fall, wenn eine bestimmte Aussage damit begründet wird, dass man den Funktionsgraphen ja „nur verschieben“ müsse, um eine Lösung zu erhalten. Analog funktioniert dies bei multiplen Repräsentationen. Wir bezeichnen diese Art der Argumentationen hier der Kürze halber als „dynamische“ bzw. „multiple Argumentationen“.

Wir betrachten die Auswertung der Untersuchung zunächst beispielhaft für das Aufgabenpaar A1/A3, in der eine Funktionenschar betrachtet wird. Zum einen war hier von Interesse, ob die Verteilung von statischen und dynamischen Argumentationen je nach gegebener Repräsentation unterschiedlich ist. In Tabelle 1 wurde daher ein beidseitiger, eindimensionaler χ^2 -Tests in Zeile 3 angewandt. Die erwarteten Häufigkeiten ergaben sich aus der Verteilung der Argumentationsarten in Aufgabe A1. Die Signifikanzen aller Aufgabenpaare für diese Auswertung findet sich in Tabelle 3 auf der linken Seite der Ergebnisse.

Tabelle 1: Beispiel für beidseitige, eindimensionale χ^2 -Tests auf Unterschiede zwischen erwarteter und beobachteter Häufigkeiten der Argumentationsarten.

	Stat. Arg.	Dyn. Arg.	χ^2	Isol. Arg.	Mult. Arg.	χ^2
A1 (ISR)	13	30		25	18	
Anteil	0.30	0.70		0.58	0.42	
A3 (IDR)	3	39	4.48*	33	9	3.50
Erw. Hfgk.	12.70	29.30		24.42	17.58	

* $p < .05$

Zusätzlich wurde betrachtet, ob einzelne Probanden, die zum Beispiel in Aufgabe A1 statisch argumentierten, durch die dynamische Repräsentation in Aufgabe A3 nun ihrerseits eine dynamische Argumentation vorbrachten. Das Ergebnis dieser Betrachtung ist in Tabelle 2 zu sehen. So argumentierten beispielsweise 10 Probanden, die in A1 noch statisch argumentierten, in A3 nun dynamisch. Die Signifikanzen aller Aufgabenpaare für diese Auswertung findet sich in Tabelle 3 auf der rechten Seite der Ergebnisse.

Tabelle 2: Beispiel für beidseitige Binomialtests, ob die Anzahl der Wechsler in den Argumentationen „entlang“ bzw. „quer“ zum Repräsentationsartwechsel signifikant ist.

A3 (IDR)				A3 (IDR)			
		Stat.	Dyn.			Isol.	Mult.
		Arg	Arg.			Arg.	Arg.
A1 (ISR)	Stat. Arg.	1	10	A1 (ISR)	Isol. Arg.	20	4
	Dyn. Arg.	2	28		Mult. Arg.	12	15
$p < .05$				$p > .05$			

Die Zusammenfassung der Ergebnisse ist in Tabelle 3 zu sehen. Sie zeigt ein gemischtes Bild. Die gegebenen Repräsentationen haben zwar einen

Einfluss, aber nicht in einer so direkten Weise, wie dies naiv hätte vermutet werden können. Insbesondere bei Aufgabenpaaren, in denen multiple, dynamische Repräsentationen enthalten waren, zeigen sich deutliche Nebeneffekte. So wurde zum Beispiel beim Aufgabenpaar B2/B4 *weniger* multipel argumentiert, als Dynamik in der Angabe hinzukam.

Der besonders starke Effekt bei Aufgabenpaar B1/B3 lässt sich möglicherweise dadurch erklären, dass die Probanden beim Thema Gleichungen Vorwissen besaßen; insbesondere über die Verbindung der Repräsentationen eine Art Metawissen über Repräsentationen vorhanden war (vgl. Renkl et al 2013). Weitere Gründe und Erklärungen lassen sich ohne zusätzliche Untersuchungen jedoch nicht angeben.

Tabelle 3: Übersicht der Signifikanzen der Ergebnisse. Angaben in Klammern bezeichnen Signifikanz entgegen des Wechsels der Repräsentationsart.

		Verteilung		Wechsler	
		S → D	I → M	S → D	I → M
„Funktionen- schar“	A1/A3 ISR → IDR	*		*	
„Fläche als Parabel“	A2/A4 IDR → MDR	(**)		(*)	*
„Gleichungen“	B1/B3 ISR → MSR		**		***
„Symmetrie an Graphen“	B2/B4 MSR → MDR		(*)		(*)

* p < .05, ** p < .01, *** p < .001

Literatur

- Ainsworth, Shaaron (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183–198.
- Bender, Peter (1989). Anschauliches Beweisen im Geometrieunterricht – unter besonderer Berücksichtigung von (stetigen) Bewegungen bzw. Verformungen. In: Hermann Kautschitsch und Wolfgang Metzler (Hrsg.): *Anschauliches Beweisen. 7. und 8. Workshop zur „Visualisierung in der Mathematik“ in Klagenfurt im Juli 1987 und 1988*, 95–145.
- Renkl, Alexander; Berthold, Kirsten; Grosse, Cornelia; Schwonke, Rolf (2013): Making Better Use of Multiple Representations: How Fostering Metacognition Can Help. In: Roger Azevedo und Aleven, Vincent A. W. M. M (Hrsg.): *International handbook of metacognition and learning technologies* (S. 397–408). New York: Springer.
- Schnotz, Wolfgang (2002): Enabling, facilitating, and inhibiting effects in learning from animated pictures. *International Workshop on Dynamic Visualizations and Learning in Tübingen*.