

Logarithmus als Vorbereitung für die Säure-Base-Titration

In Anwendungsgebieten der Mathematik arbeitet man häufig mit sehr großen Zahlen (bspw. Anzahl von Molekülen: 10^{23} ...) sowie mit sehr kleinen positiven Zahlen (bspw. Konzentrationen: $c(H_3O^+) = 0,000000000001 \text{ mol/l}$).

Um das Rechnen mit großen Zahlen zu vereinfachen, betrachtet man nicht die gesamte Zahl 10^{23} , sondern reduziert diese auf ihren Exponenten 23. Dieser Vorgang wird auch als „Logarithmieren“ bezeichnet und man schreibt: $\log(10^{23}) = 23$.

D. h.: Mithilfe des Logarithmus betrachtet man nicht mehr die Zahl an sich, sondern fragt sich nur, wie häufig der Faktor 10 in einer Zahl enthalten ist.

Bsp.: In der Zahl 1.000.000 steckt der Faktor 10 genau 6-mal drin, denn

$$1.000.000 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^6.$$

Daher ist $\log(1.000.000) = 6$.

Löse folgende Logarithmen ohne Taschenrechner. Falls du eine Aufgabe nicht konkret berechnen kannst, gib ein Intervall an, in dem sich die Lösung befinden müsste.

(Frage dich stets die Frage „Wie häufig passt der Faktor 10 in die betrachtete Zahl hinein?“):

$$\log(1000) =$$

$$\log(100) =$$

$$\log(10) =$$

$$\log(500) =$$

$$\log(1) =$$

$$\log(0,1) =$$

Betrachte die Funktion in der GeoGebra-Datei 1. Berechne die folgenden Werte.

$$x_1 = 2 \quad f(x_1) =$$

$$x_2 = 5 \quad f(x_2) =$$

$$x_3 = 10 \quad f(x_3) =$$

$$x_4 = 20 \quad f(x_4) =$$

Berechne nun den Logarithmus der oben berechneten Funktionswerte.

$$\log(f(x_1)) =$$

$$\log(f(x_2)) =$$

$$\log(f(x_3)) =$$

$$\log(f(x_4)) =$$

Aktiviere nun in der GeoGebra-Datei 1 das Häkchen vor „Messreihe logarithmiert“ und vergleiche deine Ergebnisse mit den neu eingezeichneten Werten. Erläutere, was der Vorteil der logarithmierten Darstellung ist.

Was hat das Ganze nun mit der Chemie zu tun? In der Chemie begegnen uns besonders kleine positive Zahlen. Wir nutzen den Logarithmus dann so:

Anstatt mit der Zahl 0,000000000001 zu rechnen, schreibt man sie mithilfe der Potenz

$$0,000000000001 = \left(\frac{1}{10}\right)^{12} = 10^{-12},$$

und betrachtet dann $\log(10^{-12}) = -12$.

Diese Vereinfachung macht man sich in der Chemie häufig zu Nutze:

Bei der Konzentration von H_3O^+ -Ionen in einer Lösung gibt man in der Regel nicht die Zahlen mit den vielen 0en hinter dem Komma an, sondern den **negativen Logarithmus** dieser Zahl. Man spricht dann vom **pH-Wert**.

Bsp.: Lösung mit einer H_3O^+ -Konzentration von 0,0000001 mol/l wird beschrieben als Lösung mit einem pH-Wert von 7 ($= -\log(10^{-7}) = -\log(0,0000001)$).

Ergänze folgende Tabelle mit Konzentrationen bzw. pH-Werten:

Konzentration in mol/l	Zwischenrechnung	pH-Wert
0,0000001	10^{-7}	7
0,0000000001		
0,1		
0,003		
		9
		13
		3,5

Betrachte als nächstes die Messwerte in der GeoGebra-Datei 2. **Ermittle** folgende Funktionswerte.

$$\begin{array}{llll} x_1 = 2 & f(x_1) = & x_2 = 5 & f(x_2) = \\ x_3 = 7 & f(x_3) = & x_4 = 10 & f(x_4) = \end{array}$$

$f(x)$ beschreibt die Konzentration einer unbekannten Säure. Aktiviere die Häkchen vor „Messreihe logarithmiert“ sowie vor „pH-Werte“ und **erläutere** deinem Sitznachbarn/deiner Sitznachbarin, was die neu eingezeichneten Werte beschreiben.

Betrachte nun abschließend die Funktionsgraphen aus der GeoGebra-Datei 3. Hier wird der Konzentrationsverlauf während einer Säure-Base-Titration beschrieben. Folgende Gegebenheiten liegen vor:

- Grundlösung Salzsäure:
 $c(H_3O^+) = 0,1 \text{ mmol/ml}$; $V_{HCl-Lösung} = 50 \text{ ml}$; $n(H_3O^+) = 5 \text{ mmol}$
- Hinzugegebene Natronlauge: $c(OH^-) = 0,1 \text{ mmol/ml}$

Gibt man schließlich schrittweise 10 ml Natronlauge zu der Grundlösung hinzu, reagieren die OH^- -Ionen mit den H_3O^+ -Ionen zu Wasser, so dass die Menge der H_3O^+ -Ionen in der Lösung je 10 ml Natronlauge stetig um 1 mmol abnimmt. Der pH-Wert lässt sich somit nach jeder Zugabe von Natronlauge neu berechnen. Abhängig davon lässt sich nun auch der pOH-Wert ermitteln ($14 - \text{pH-Wert}$). Da die OH^- -Ionen im Vergleich zu den H_3O^+ -Ionen deutlich weniger in der Lösung vertreten sind, lassen sich diese nur mithilfe des pH-Wertes ermitteln. **Ergänze** mit diesem Wissen den blauen Bereich der folgenden Tabelle.

$x = \text{Base Zugabe (ml)}$	$z = OH^- \text{ Zugabe (mmol)}$	Volumen (gesamt) (ml)	$n(H_3O^+) = 5 - z \text{ (mmol)}$	$c(H_3O^+) = n/V \text{ (mmol/ml)}$	pH-Wert $= -\log(c(H_3O^+))$	pOH-Wert $= -\log(c(OH^-))$ $= 14 - \text{pH-Wert}$
0	0	50	5	$\frac{5}{50} = 10^{-1}$	1	13
10	1	60	4	$\frac{4}{60} \approx 10^{-1,18}$	1,18	12,82
20						
30						
40						
50						
50						
$x = \text{Base Zugabe (ml)}$	$z = OH^- \text{ Zugabe (mmol)}$	Volumen (gesamt) (ml)	$n(OH^-) = z - 5 \text{ (mmol)}$	$c(OH^-) = n/V \text{ (mmol/ml)}$	pOH-Wert $= -\log(c(OH^-))$	pH-Wert $= -\log(c(H_3O^+))$ $= 14 - \text{pOH-Wert}$
60	6	110	1	$\frac{1}{110} \approx 10^{-2,04}$	2,04	11,96
70						
80						
90						
100						

Betrachte nun die beiden grünmarkierten Zeilen. **Berechne** zunächst die Werte der ersten Zeile im Kopf und **überprüfe** die Ergebnisse mithilfe eines Taschenrechners.

Ergänze die zweite grüne Zeile mit Zahlen, die du aus dem bisherigen Chemieunterricht kennst und **beantworte** dazu folgende Fragen: Ist die Lösung nach 50 ml Zugabe von Natronlauge sauer oder basisch? Was bedeutet das für den pH-Wert (und somit für die restlichen Werte)?

Nachdem wir nun mehr als 50 ml Natronlauge hinzugefügt haben, haben wir ab jetzt mehr OH^- -Ionen als H_3O^+ -Ionen in der Lösung vorliegen. Folglich können wir (umgekehrt wie beim blauen Bereich) jetzt ausschließlich die Konzentration der OH^- -Ionen messen und müssen den pH-Wert mithilfe des pOH-Wertes herleiten ($\text{pH-Wert} = 14 - \text{pOH-Wert}$).

Ergänze mit diesem Wissen den gelben Bereich der obigen Tabelle.