

Wie schreibe ich eine Abschlussarbeit in der Arbeitsgruppe *Inverse Probleme?*

Frank Werner*

Julius-Maximilians-Universität Würzburg

Stand: 4. Mai 2023

Ich vergebe grundsätzlich Abschlussarbeiten (Thesis) zu allen am Institut für Mathematik angebotenen Studiengängen, d.h.

- **Bachelorarbeiten** in den mathematischen Studiengängen (Mathematik, Mathematische Physik, Mathematical Data Science, Computational Mathematics (auslaufend), Wirtschaftsmathematik),
- **Masterarbeiten** in den mathematischen Studiengängen (Mathematik, Mathematische Physik, Computational Mathematics, Wirtschaftsmathematik, MiM),
- **Zulassungsarbeiten** in den Lehramtsstudiengängen (Grund-, Mittel- und Realschullehramt, gymnasiales Lehramt).

Dieses Dokument soll einige grundlegende Fragen beantworten, unter anderem:

- Wie soll man das Projekt einer Abschlussarbeit angehen?
- Welche Voraussetzungen sind notwendig?
- Wie soll die Abschlussarbeit aufgebaut sein?
- Wovon hängt später die Note ab?

Inhaltsverzeichnis

1	So planen Sie Ihre Abschlussarbeit	2
2	So arbeiten Sie an Ihrer Abschlussarbeit	3
3	So schreiben Sie Ihre Abschlussarbeit	4
4	So benote ich Ihre Abschlussarbeit	8

*Basierend auf Vorarbeiten von Markus Bibinger, Stephan Elsenhans, Jens Jordan, Achim Klenke, Florian Möller, Jörn Steuding.

1 So planen Sie Ihre Abschlussarbeit

Wenn Sie bei mir eine Abschlussarbeit schreiben wollen, so erwarte ich von Ihnen, dass Sie bei mir Vorlesungen besucht haben, die dort eingeführten Ergebnisse und Methoden beherrschen und diese ggf. zur Bearbeitung des gestellten Problems einsetzen. Inhaltlich verarbeite ich Arbeiten in Schnittfeldern der Themenbereiche *Numerische Mathematik*, *Funktionalanalysis*, *Inverse Probleme* und *Stochastik*. Ihre persönlichen Interessen sollten sich also ebenfalls in diesen Bereichen befinden.

So kommen Sie zu Ihrem Thema

Wenn Sie Interesse an einer Abschlussarbeit bei mir haben, sprechen Sie mich an (z.B. im Anschluss an eine Vorlesung, ein Seminar, eine Prüfung, ...) oder schreiben Sie mir eine e-Mail. Wir vereinbaren dann einen Termin (Sprechstunde), in welchem wir über Ihre Interessen (und ggf. auch Ideen oder Vorstellungen) sprechen. Im Anschluss erstelle ich Ihnen dann (wenn möglich bzw. inhaltlich passend) einen oder mehrere Vorschläge für Themen und Sie entscheiden sich, ob und wenn ja welchen davon Sie bearbeiten möchten. **Sie können gerne eigene Themenvorschläge einbringen!**

Dann bekommen Sie von mir Materialien (Referenzen, Monographien, Zeitschriftenartikel, Quellcode, ...) um sich einzuarbeiten. Nach einer Einarbeitungszeit von einigen Wochen (Bachelor) oder wenigen Monaten (Master) wird die Arbeit dann angemeldet (für Zulassungsarbeiten gibt es derzeit kein formales Anmeldeverfahren). Diese Übergangszeit dient auch dazu, sicherzustellen, dass das Thema zu Ihnen passt!

Diese Voraussetzungen erwarte ich von Ihnen

Die Themenstellung wird sich dabei (auch) nach Ihren mathematischen Vorkenntnissen und Ihrem Studiengang richten. **Notwendig** ist dabei, dass Sie

- in mathematischen Studiengängen für eine Bachelorarbeit mindestens die Numerische Mathematik I, die Stochastik I und eine der vertiefenden Veranstaltungen Numerische Mathematik II, Funktionalanalysis, Einführung in die partiellen Differentialgleichungen, Modellierung und wissenschaftliches Rechnen oder Mathematical Foundations of Data Science gehört haben,
- in mathematischen Studiengängen für eine Masterarbeit mindestens die Funktionalanalysis und eine Vorlesung über Inverse Probleme gehört haben,
- im gymnasialen Lehramt für eine Zulassungsarbeit die Numerische Mathematik I und die Stochastik für das Lehramt gehört haben, und
- im Grund-, Mittel- und Realschullehramt die entsprechenden Vorlesungen zu den Grundlagen der Stochastik und gewöhnlichen Differentialgleichungen gehört haben.

Idealerweise haben Sie auch die Klausuren bzw. Modulabschlussprüfungen zu den genannten Vorlesungen bereits bestanden, dies ist aber keine zwingende Voraussetzung. **Hilfreich** ist ferner, wenn Sie

- in mathematischen Studiengängen für eine Bachelorarbeit bereits mehrere vertiefende Vorlesungen wie Numerische Mathematik II, Funktionalanalysis, Einführung in die

partiellen Differentialgleichungen, Modellierung und wissenschaftliches Rechnen oder Mathematical Foundations of Data Science gehört haben,

- in mathematischen Studiengängen für eine Masterarbeit bereits ein Seminar zu Inversen Problemen, zum wissenschaftlichen Rechnen oder weitergehende Vorlesungen im Bereich Inverse Probleme und / oder Stochastik gehört haben,
- im gymnasialen Lehramt bereits die Vorlesung zu gewöhnlichen Differentialgleichungen, ein Seminar im Bereich Numerik / Inverse Probleme gehört und / oder Erfahrung mit dem Programmieren haben, und
- im Grund-, Mittel- und Realschullehramt bereits Erfahrung mit dem Programmieren haben.

2 So arbeiten Sie an Ihrer Abschlussarbeit

Nach der Einarbeitung in Ihr Thema beginnt nun die eigentliche Arbeit an der Thesis. Dabei sollten Sie folgende Aspekte beachten.

Ihr Schwerpunkt

Oftmals besteht Ihre Aufgabe darin, eine Quelle (beispielsweise einen Zeitschriftenartikel) zum Thema oder eine Idee mathematisch auszuarbeiten und / oder Simulationen dazu durchzuführen. Entsprechend sollten Sie nicht nur die Quelle bzw. die Idee wiedergeben, sondern sich soweit einarbeiten, dass Sie das Thema souverän präsentieren können und beispielsweise fehlende Details einfügen oder gar Fehler beheben. Oftmals wird zu viel Zeit darauf verwendet, den Hintergrund, der meist in einer Vorlesung oder einem Seminar erarbeitet wurde, noch einmal aufzuschreiben (siehe unten).

Eigene Beiträge

Machen Sie in der Arbeit Ihre eigene Leistung deutlich. Dies kann z.B. in neuen Beispielen, einer ausführlichen Recherche und Gegenüberstellung von Methoden oder einem vereinfachten Beweis eines Spezialfalls liegen. Grundsätzlich sind eigene Beiträge in Bachelor- und Zulassungsarbeiten wünschenswert, in Masterarbeiten werden sie erwartet. Die wichtigste Leistung ist oftmals die eigenständige detaillierte Ausarbeitung der Beweise und die selbstständige Durchführung von Simulationen.

Literatur

Heutzutage kann im Internet leicht recherchiert werden. Jedoch sei darauf hingewiesen, dass im Internet (auch auf Wikipedia) viele Dinge vereinfacht, verkürzt, unvollständig, missverständlich oder gar falsch dargestellt werden. Daher empfehle ich, die Onlinerecherche nur als Ausgangspunkt zur Suche von weiteren Quellen (d.h. Lehrbüchern und Forschungsartikeln) zu verwenden.

Zeitplanung und Selbstständigkeit

Arbeiten Sie direkt von Beginn an kontinuierlich an Ihrem Projekt. Wenn Sie dabei an irgendwelchen Stellen hängen bleiben oder sich neue Fragen ergeben, so melden Sie sich umgehend bei mir (andernfalls können Sie insbesondere bei Bachelorarbeiten schnell in Zeitnot kommen). Oftmals ist auch die Vereinbarung regelmäßiger Besprechungstermine (z.B. alle zwei Wochen) hilfreich. Grundsätzlich ist es immer möglich, dass auch mir beispielsweise bei der Themenstellung oder der Beantwortung vorheriger Fragen ein Fehler unterlaufen ist, den Sie alleine nicht lösen können!

Achten Sie trotzdem auf ein ausgewogenes Verhältnis zwischen Fragen und Selbstständigkeit. Bei mathematischen Details sollten Sie zunächst selbst ausführlich überlegen und bei einer späteren Frage auch genau erläutern können, wo das Problem liegt.

Gerne bin ich bereit, eine (oder im Falle von Masterarbeiten auch mehrere) Zwischenversion(en) Ihrer Thesis zu lesen und Ihnen Feedback zu geben. Die angemessene Überarbeitung des Entwurfs nach dem Feedback und die Beachtung der gegebenen Hinweise für die weitere Arbeit werden als Teil Ihrer Leistung bewertet (siehe unten).

3 So schreiben Sie Ihre Abschlussarbeit

Sprache und Titel

Sie können Ihre Arbeit in deutscher oder englischer Sprache abfassen; in jedem Fall schreibt die ASPO aber eine deutsche Zusammenfassung vor.

Den Titel legen wir gemeinsam fest; er muss auch nicht zwingend identisch mit dem auf dem Anmeldebogen genannten Thema sein. Grundsätzlich gilt, dass der Titel informativ sein und zeigen sollte, welchem Bereich die Arbeit zuzuordnen ist. Umgekehrt sollte er aber nicht zu lang sein.

Zielgruppe und Aufbau der Arbeit

Stellen Sie sich einen Studenten der Mathematik (z.B. an der Uni in Passau oder Stuttgart) vor. Dieser steht kurz vor dem Ende seines Studiums und hat ähnliche Vorlesungen wie Sie besucht. Sie wollen diesem Studenten Ihre neuen Erkenntnisse mitteilen. Ein solcher Student muss Ihre Arbeit lesen und nachvollziehen können, ohne dabei weitere Bücher (außer ggf. die von Ihnen angegebenen Referenzen für Grundlagen, siehe unten) zur Hilfe zu nehmen. Sie können beim Leser also den eigenen Wissensstand vor der Einarbeitung in Ihr Thema als Basis annehmen.

Die Begriffe und Ergebnisse einführender Vorlesungen wie z.B. Lineare Algebra und Analysis 1/2 sowie Standardnotationen können ohne weitere Erklärungen in Ihrer Arbeit verwendet werden. Benutzen Sie Begriffe und Ergebnisse weiterer Vorlesungen, so sollten diese (und nur diese!) in einem Grundlagenkapitel, im Sinn einer Wiederholung (d.h. ohne Beweise), zusammengefasst werden. Dies bezieht sich für eine Masterarbeit beispielsweise auch auf den in der Thesis verwendeten Teil der Vorlesung Inverse Probleme!

Die Arbeit beginnt immer mit einer der oben genannten Zusammenfassung (ggf. zweisprachig), gefolgt von einer Einleitung, welche über Motivation, Zielsetzungen, Quellen und Aufbau der Arbeit informiert. Im Anschluss kommt Ihre Ausarbeitung (inklusive der wiederholten Grundlagen), gefolgt ggf. von Simulationen. Eine kurze Zusammenfassung mit Ausblick am Ende kann sinnvoll sein, ist aber kein Muss.

Textsatz und Länge

Ich empfehle Ihnen, Ihre Abschlussarbeit in \LaTeX zu verfassen. Zum Arbeiten mit \LaTeX gibt es im Netz viele einführende Anleitungen und weiterführende Dokumentationen, z.B.

<https://dante-ev.github.io/12kurz/12kurz.pdf>

und

<https://www.math-linux.com/latex-26/faq/latex-faq>

Verwenden Sie für alle, nicht in Standardpaketen vorhandenen Objekte, eigene Makros. So können Sie sicherstellen, dass diese einheitlich bezeichnet werden. Zudem ermöglicht dies eine einfache Änderung der Notation.

Es gibt am Institut für Mathematik keine allgemeine Formatvorlage für Abschlussarbeiten. Nehmen Sie sich **ein** mathematisches Lehrbuch ihrer Wahl als Vorlage und formatieren Ihre Arbeit in der gleichen Art. Beachten Sie, dass mathematische Formelzeichen nur Abkürzungen sind. Liest man einen mathematischen Text mit allen Formelzeichen vor, so folgt dieser nach wie vor den Regeln der deutschen Grammatik.

Ebenso gibt es keine grundsätzlichen Vorgaben zur Länge der Arbeit, und die Seitenanzahl per se ist auch kein Beurteilungskriterium. Wichtig ist, dass Sie die Aufgabenstellung vollständig bearbeitet haben!

Die mathematische Textstruktur

Ein mathematischer Text gliedert sich in Definitionen, Sätze, Beweise, Bemerkungen und Beispiele. Darüber hinaus gibt es noch Lemmata, Propositionen, Theoreme und Algorithmen. Unterscheiden Sie bei Sätzen u.Ä. sorgfältig zwischen Voraussetzungen und Folgerungen. Algorithmen beginnen immer mit einer Beschreibung von Eingabe und Ausgabe.

Strukturieren Sie den Text in dieser Art, wobei natürlich auch freier Fließtext zwischen den genannten Strukturen erlaubt ist. Neue Begriffe sollten allerdings ausschließlich in Definitionen eingeführt, und Ergebnisse sowie Resultate sollten ausschließlich in Sätzen, Lemmata etc. festgehalten werden. Alle Beweise sind als solche zu kennzeichnen und deren jeweiliges Ende sollte erkennbar sein.

Konsistenz

In der Literatur werden für dieselben Objekte oft verschiedene Namen und Notationen verwendet. Entscheiden Sie sich für eine Bezeichnung und eine Notation. Halten Sie sich im Verlauf der gesamten Arbeit an den einmal gewählten Standard, auch wenn die verwendeten Quellen wesentlich verschiedene Notationen und Bezeichnungen verwenden. In einem solchen Fall ist die Harmonisierung der Bezeichnungen und Notationen ein Teil Ihrer Aufgabe (und Teil der Bewertung, siehe unten).

Guter Formelsatz

1. Es bezeichnet $\sin(x)$ die Sinusfunktion. Die Formatierung $\sin(x)$ ist weniger gebräuchlich.
2. Vermeiden Sie, dass zwei Formeln direkt nebeneinander stehen. Statt „Es ist für $k = 1$ f_k eine konstante Funktion.“ sollte besser „Für $k = 1$ ist die Funktion f_k konstant.“ geschrieben werden.

3. Verwenden Sie Quantoren nur dann, wenn dies die Übersichtlichkeit erleichtert. Im Fließtext haben Quantoren nichts verloren.

Rechtschreibkontrolle

Bitte lesen Sie alle Zwischen- und Endversionen vor der Abgabe ausführlich Korrektur; auch L^AT_EX-Editoren bieten eine Rechtschreibkontrolle an. Viele Rechtschreibfehler können zu einer Abwertung der Arbeit führen (siehe unten).

Plagiate und Literatur

Schreiben Sie den Text in Ihren eigenen Worten auf. Übernehmen Sie keine Passagen aus anderen Quellen, ohne dies deutlich kenntlich zu machen. Andernfalls ist Ihre Arbeit ein Plagiat. Es ist allerdings nicht notwendig, bei Definitionen wie z.B. Stetigkeit neue Wortschöpfungen zu kreieren.

Grundsätzlich sollte der Leser immer einschätzen können, was einer Quelle entnommen ist und was gegebenenfalls eigene Beiträge sind. Sie müssen die Hauptquelle nicht bei jedem Schritt zitieren, aber an geeigneter Stelle hervorheben, welche Abschnitte darauf basieren. Referenzen wie publizierte Artikel und Bücher können Sie bei

<http://www.ams.org/mathscinet/index.html> (funktioniert nur im Uni-Netz)

und

<https://zbmath.org/>

im Bibtex-Format herunterladen und über eine .bib-Datei einbinden. Artikel beispielsweise sind mit den Informationen *Autoren, Titel, Zeitschrift, Volume, Nummer, Seiten, Jahr* im Literaturverzeichnis anzugeben. Für die Zitierungen im Text gibt es verschiedene mögliche Standards (bibliographystyle). In der Mathematik erscheinen Zitierungen (in der Regel) im Text, nicht als Fußnoten. Das Literaturverzeichnis sollte nur Referenzen enthalten, welche auch in der Arbeit zitiert werden. Andersherum muss natürlich jede zitierte Arbeit ins Literaturverzeichnis.

Generell kritisch zu sehen ist der Einsatz von textgenerierenden künstlichen Intelligenzen wie beispielsweise ChatGPT, da die Ausgabe dieser Systeme weder reproduzierbar noch gesichert fachlich korrekt ist. Wenn Sie dennoch solche Algorithmen bei der Erstellung Ihrer Arbeit in irgendeiner Art und Weise nutzen möchten, so sollten Sie dies mit mir abklären. Die entsprechenden Passagen sind in jedem Fall zu kennzeichnen und die Eigenständigkeitserklärung ist um folgenden Absatz zu ergänzen: “Mit dem Prüfungsleiter wurde abgestimmt, dass für die Erstellung der vorgelegten Abschlussarbeit Chatbots (insbesondere ChatGPT) bzw. allgemein solche Programme, die anstelle meiner Person die Aufgabenstellung der Prüfung bzw. Teile derselben bearbeiten könnten, eingesetzt wurden. Die mittels Chatbots erstellen Passagen sind als solche gekennzeichnet.”

Simulationen und Abbildungen

Prinzipiell können Sie Simulationen in einer Programmiersprache Ihrer Wahl durchführen. Besonders gebräuchlich sind in der Numerischen Mathematik MATLAB oder OCTAVE, sowie ggf. python. Wenn ich Ihnen Quellcode zur Verfügung stelle, wird es sich dabei überwiegend um MATLAB oder OCTAVE Code handeln. Für eine Simulationsstudie sollten Sie vollständige

Informationen zur Zielsetzung der Simulation, der Implementierung und den Ergebnissen angeben. Der Code sollte mit präsentiert werden (auch als Anhang möglich).

Abbildungen sollten in der Regel per caption nummeriert sein, nicht aus Quellen kopiert werden, mindestens einmal mit Verweis im Text erwähnt sein, und Sie sollten alle Information angeben, die zum Verständnis eines Bildes wichtig sind. Insbesondere sollten alle Plots aus Simulationsstudien auch im Text erklärt und eingeordnet bzw. verglichen werden. Achten Sie darauf, dass alle Abbildungen sinnvoll sind und sich nicht viele sehr ähnliche Abbildungen (z.B. bei Simulationen mit geringfügig veränderten Parametern) wiederholen!

4 So benote ich Ihre Abschlussarbeit

Die Benotung orientiert sich an den in der ASPO festgelegten Regeln. So ist beispielsweise eine *gute* Arbeit als *eine Leistung, die erheblich über den durchschnittlichen Anforderungen liegt*, definiert. Ich werde mir hierzu insbesondere die folgenden Fragen stellen:

1. Wurde die gestellte Aufgabe in vollem Umfang oder nur teilweise bearbeitet? Ist der eigene Beitrag klar erkennbar?
2. Wie selbstständig wurde die Arbeit erstellt und wie selbstständig wurden die Simulationen durchgeführt? Wurde Feedback angemessen umgesetzt?
3. Wie klar und übersichtlich ist die Arbeit strukturiert? Ist die Notation einheitlich?
4. Wie verständlich und korrekt sind die mathematischen Aussagen in der Arbeit (Sätze, Beweise etc.) aufgeschrieben? Enthält die Arbeit inhaltliche Fehler?
5. Enthält die Arbeit übermäßig viele Rechtschreibfehler oder Tippfehler? Wenn ja, sind diese wesentlich und beeinträchtigen sie die Lesbarkeit?
6. Passen die Simulationen zur Aufgabenstellung und sind die daraus gewonnen Ergebnisse valide erläutert? Hätte man mit weniger Simulationen / Abbildungen die selben Erkenntnisse gewinnen können?